

PROTOKOLL ZUM ANFÄNGERPRAKTIKUM PHYSIK

Messung von Magnetfeldern

Sebastian Finkel
Sebastian Wilken

Versuchsdurchführung:
07. Juni 2006

0. Inhalt

1. Einleitung

2. Theoretischer Teil

2.1. Erzeugung homogener Magnetfelder

2.2. Drehmoment im Magnetfeld

2.3. Messung von Magnetfeldern mit Induktionsspulen

3. Praktischer Teil

3.1. Magnetfeld von HELMHOLTZ-Spulen

3.2. Messung der Horizontalkomponente des örtlichen Magnetfeldes

3.3. Messung eines stationären Magnetfeldes mit der Induktionsspule

4. Anhang

4.1. Literatur

4.2. Abbildungsnachweis

5. Anlage (Messwertabellen)

1. Einleitung

In diesem Praktikumsversuch werden wir uns mit der Messung der magnetischen Feldstärke beschäftigen. Im folgenden bezeichnen wir \mathbf{B} als die magnetische Feldstärke und B als deren Betrag. Unter der vektoriellen Größe \mathbf{H} verstehen wir das magnetische Feld.

2. Theoretischer Teil

2.1. Erzeugung homogener Magnetfelder

Wir haben in der Praxis zwei Möglichkeiten Magnetfelder zu erzeugen: Zum einen durch magnetisierte Körper, z.B. Hufeisen- oder Stabmagneten und zum anderen durch stromdurchflossene Leiter. Wir betrachten nun in Abbildung 1 das Teilstück $d\mathbf{s}$ eines vom Strom I durchflossenen Leiters. In einem Abstand \mathbf{r} vom Leiter wird dann ein magnetisches Feld $d\mathbf{H}$ erzeugt, für welches gilt:

$$(1) \quad d\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} I \frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

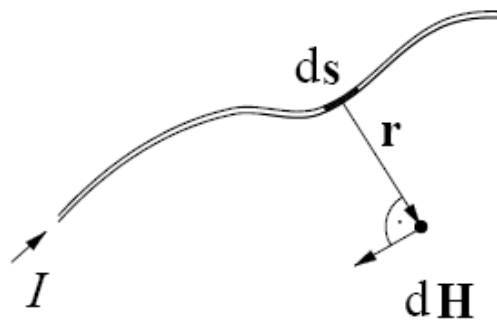


Abb. 1: Modell eines stromdurchflossenen Leiters.

Magnetisches Feld \mathbf{H} und magnetische Flussdichte \mathbf{B} hängen in isotropen Materialien folgendermaßen zusammen:

$$(2) \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad [B] = \frac{Vs}{m^2} = T$$

Mit: μ_0 : magnetische Feldkonstante, μ_r : Permeabilitätszahl

Wir betrachten nun den Spezialfall eines kreisförmigen stromdurchflossenen Leiters mit dem Radius R und wollen das Magnetfeld in Luft für einen beliebigen Punkt P der z -Achse berechnen. Die z -Achse geht durch den Kreismittelpunkt und steht senkrecht auf der Kreisfläche. Wir integrieren deswegen über alle Feldelemente $d\mathbf{B}$, die am Punkt P durch den Strom I im Leiterelement $d\mathbf{s}$ erzeugt werden:

$$(3) \quad \mathbf{B} = \oint d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint \frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

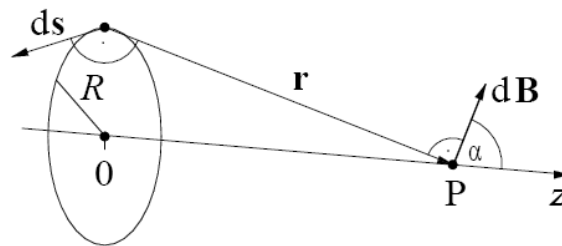


Abb. 2: Zur Magnetfeldberechnung für eine kreisförmige Spule des Radius R .

Jedes Feldelement $d\mathbf{B}$ steht senkrecht auf $d\mathbf{s}$ und \mathbf{r} und bildet mit der z -Achse den Winkel α . Damit gilt für die z -Komponente des magnetischen Flusses:

$$(4) \quad dB_z = dB \cos \alpha = dB \frac{R}{r}$$

mit $|d\mathbf{s} \times \mathbf{r}| = r ds$ folgt dann:

$$(5) \quad B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{R}{r^3} \oint ds$$

mit $\oint ds = 2\pi R$ und $r^2 = R^2 + z^2$ erhalten wir schließlich:

$$(6) \quad B = B_z = \frac{\mu_0}{2} IR^2 (R^2 + z^2)^{-3/2}$$

Wir wollen nun den nächsten Spezialfall betrachten, und zwar das Magnetfeld zwischen zwei Spulen mit dem Radius R und dem Abstand d , durch die der gleiche Strom I in dieselbe Richtung fließt. Wir betrachten nun das Magnetfeld im Mittelpunkt des Aufbaus, also bei

$z = 0$. Uns interessieren nun Orte in deren Umgebung das Magnetfeld homogen ist. Dazu untersuchen wir die Änderung des Magnetfeldes im Raum, was sich mit Ableitungen beschreiben lässt. Wir nutzen als Ansatz die Taylor-Reihenentwicklung für B_z um den Punkt $z = 0$:

$$(7) \quad B_z = B = B(0) + z \frac{\partial B}{\partial z} + \frac{z^2}{2!} \cdot \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} + \dots$$

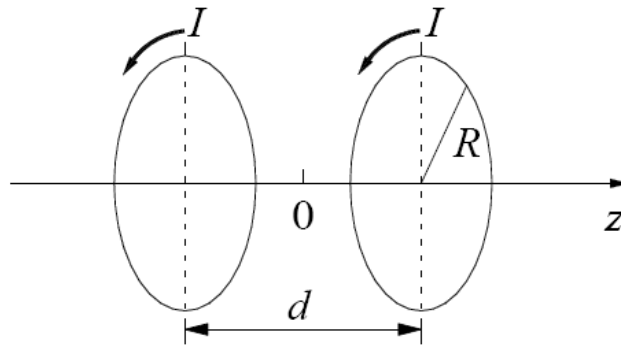


Abb. 3: Zur Anordnung von HELMHOLTZ-Spulen.

Das Feld sei nun homogen, wenn die zweite Ableitung verschwindet:

$$(8) \quad \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} = 0$$

Setzen wir Gleichung (6) in (8) ein, so ergibt sich für den Fall $z = z_0$, bei dem die Aussage aus Gleichung (8) erfüllt ist:

$$(9) \quad z_0 = \frac{R}{2}$$

Bringen wir also zwei Spulen mit je n Windungen in einen Abstand von $d = 2z_0 = R$, so erhalten wir im Bereich des Zentrums ein homogenes Magnetfeld dessen Stärke gegeben ist durch:

$$(10) \quad B_z = \mu_0 \frac{nI}{R} \left(\frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}}$$

2.2. Drehmoment im Magnetfeld

Wir betrachten als nächstes eine Magnetnadel, die sich unter dem Winkel θ in einem Feld der magnetischen Flussdichte \mathbf{B} (in Luft) befindet (siehe Abbildung 4). Auf die Nadel wirkt das Drehmoment \mathbf{T} :

$$(11) \quad \mathbf{T} = \mathbf{M} \times \mathbf{B}$$

mit M als Dipolmoment der Magnetnadel. Für den Betrag gilt dann:

$$(12) \quad T = MB \sin \theta$$

Als Einheit für den Betrag des Dipolmoments ergibt sich (vgl. Frage 1):

$$(13) \quad [M] = \frac{Nm^3}{Vs}, \text{ da gilt: } [T] = Nm \text{ und } [B] = \frac{Vs}{m^2}.$$

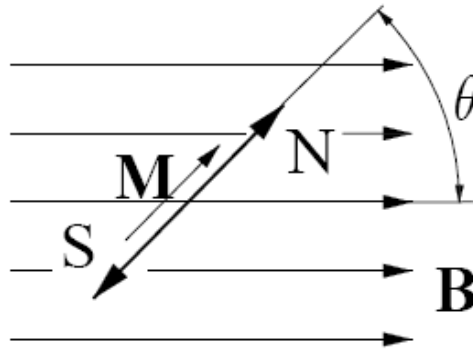


Abb. 4: Magnetnadel im Magnetfeld mit Nordpol N und Südpol S .

Wir nutzen nun den Zusammenhang aus Gleichung (12), um die Magnetnadel zum Messen der magnetischen Feldstärke zu verwenden. Wir lenken dazu eine reibungsarm aufgehängte Magnetnadel um einen kleinen Winkel θ aus. Lassen wir die Nadel nun los, führt sie eine harmonische Schwingung aus, für die gilt:

$$(14) \quad J\ddot{\theta} = -T$$

Wir erinnern uns an dieser Stelle zurück an unseren Versuch mit dem Federpendel, für das damals galt (vgl. Frage 2):

$$(15) \quad m\ddot{x} = -Dx$$

Wir erkennen also eine ähnliche Struktur bei beiden Schwingungsgleichungen. Das hängt damit zusammen, dass wir es in beiden Fällen mit harmonischen Schwingungen zu tun haben.

Eine Kombination aus Gleichung (13) und (14) ergibt dann:

$$(16) \quad J \frac{d^2\theta}{dt^2} = -MB \sin \theta \approx -MB\theta$$

Mit unserem bekannten komplexen Ansatz erhalten wir dann für die Periodendauer einer Schwingung:

$$(17) \quad \tau^2 = 4\pi^2 \frac{J}{MB}$$

mit θ_0 als Amplitude und der Kreisfrequenz ω .

2.3. Messung von Magnetfelder mit Induktionsspulen

Wir wollen nun eine etwas einfachere Methode vorstellen, Magnetfelder zu messen, und zwar die so genannte Induktionsmethode.

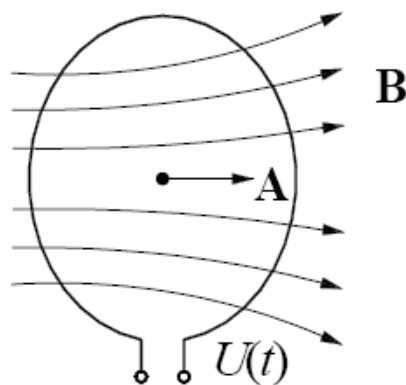


Abb. 5: Zur Definition des magnetischen Flusses.

Wir betrachten eine Spule mit n Windungen und der Querschnittsfläche A , die wir in ein Magnetfeld \mathbf{B} bringen. Dann gilt für den magnetischen Fluss ϕ durch die Fläche A :

$$(18) \quad \phi = \int_A \mathbf{B} d\mathbf{A}$$

bzw. bei einem homogenen Magnetfeld \mathbf{B} :

$$(19) \quad \phi = BA \cos(\angle(\mathbf{B}, \mathbf{A}))$$

Eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses durch die Spule führt zu einer Induktionsspannung $U(t)$, für die gilt:

$$(20) \quad U(t) = -n \frac{d\phi}{dt}$$

Es gibt mehrere Möglichkeiten den magnetischen Fluss zu ändern, z.B. durch Änderung der magnetischen Feldstärke mit der Zeit. Als Anregung kann eine periodische Anregung mit der Kreisfrequenz ω_b dienen. Dann gilt:

$$(21) \quad B = B_0 \cos \omega_b t$$

Wir nehmen nun an, der Kosinus des Winkels zwischen \mathbf{B} und \mathbf{A} betrage 1. Dann muss für die Induktionsspannung gelten:

$$(22) \quad U(t) = n \omega_b A B_0 \sin \omega_b t = U_0 \sin \omega_b t$$

Wobei wir annehmen:

$$(23) \quad U_0 = n \omega_b A B_0$$

Mit Gleichung (23) können wir nun durch Messung von U_0 und ω_b und bei bekanntem n und A die Amplitude B_0 der magnetischen Feldstärke bestimmen.

Eine weitere Möglichkeit der Änderung des magnetischen Flusses besteht darin, eine Spule durch einen Motor mit einer Kreisfrequenz ω_s zu drehen und dadurch eine periodische Änderung der Fläche vorzunehmen. In diesem Falle gilt:

$$(24) \quad \phi = BA \cos \omega_s t$$

Damit folgt für die Induktionsspannung:

$$(25) \quad U(t) = n\omega_s BA \sin \omega_s t = U_0 \sin \omega_s t$$

Für U_0 gilt also:

$$(26) \quad U_0 = n\omega_s B A$$

Auch hier können wir durch Messung von U_0 und ω_s und bei bekanntem n und A die magnetische Feldstärke B bestimmen.

3. Praktischer Teil

Wir wollen nun auf verschiedene Weisen Magnetfelder untersuchen. Dabei verwenden wir zunächst HELMHOLTZ-Spulen, bei denen wir den räumlichen Verlauf und die Homogenität des Magnetfeldes messen. Anschließend bestimmen wir mit Hilfe der Spulen und einer Magnetnadel die Horizontalkomponente des örtlichen Magnetfeldes am Laborarbeitsplatz. Abschließend beschäftigen wir uns noch mit dem Magnetfeld einer rotierenden Induktionsspule.

3.1. Magnetfeld von HELMHOLTZ-Spulen

Für diesen Versuchsteil verwenden wir zwei HELMHOLTZ-Spulen HS mit je $n = 100$ Windungen, die im Abstand R voneinander entfernt sind. Der Durchmesser der Spulen beträgt $2R$. Wir legen nun ein Koordinatensystem fest, welches den Ursprung in der Mitte zwischen den Spulen hat (siehe zur Verdeutlichung Abbildung 6). Wir befestigen nun eine Induktionsspule IS mit $n = 1500$ Windungen an einem PVC-Stab und montieren ihn in einer Halterung auf einer Dreieckschiene. Wir können die Induktionsspule nun in z - und x -Richtung verschieben.

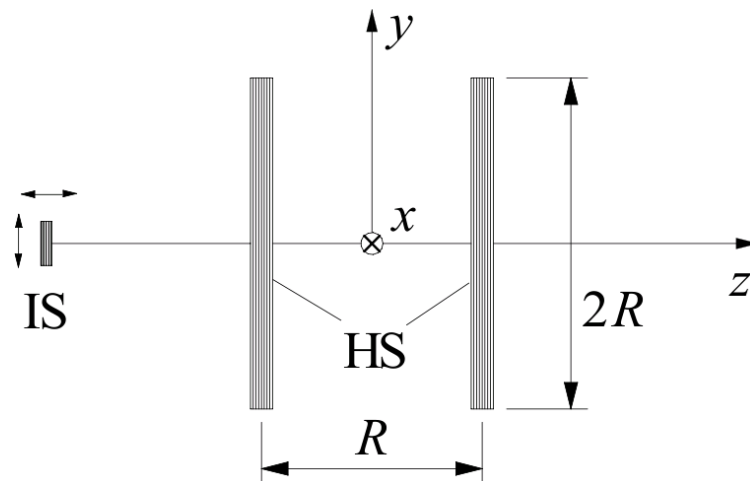


Abb. 6: Aufbau der HELMHOLTZ-Spulen im Abstand R mit Induktionsspule IS und Koordinatensystem in x -, y - und z -Richtung.

Wir wollen nun eine Spannung in der Induktionsspule induzieren. Dazu erzeugen wir mit Hilfe eines Wechselstroms, den wir an den HELMHOLTZ-Spulen anlegen, ein magnetisches Wechselfeld. Da der Strom, der die Spulen durchfließt, bis zu 1 A groß sein kann, bauen wir

zunächst eine Stromverstärkungsschaltung gemäß Abbildung 7 auf. Dazu verwenden wir einen Operationsverstärker OP, welcher mit zwei 619- Ω -Widerständen betrieben wird. Desweiteren arbeiten wir mit einem Leistungstransistor des Typs BD139, welcher aufgrund seiner hohen Wärmeentwicklung auf einem Kühlblech montiert ist. Der Transistor ist bereits mit einem Widerstand von 100 Ω an der Basis B ausgestattet. Den Kollektor C versorgen wir mit einer Spannung von +12 V aus einem Netzgerät. Die HELMHOLTZ-Spulen schließen wir nun am Emittter E des Transistors an.

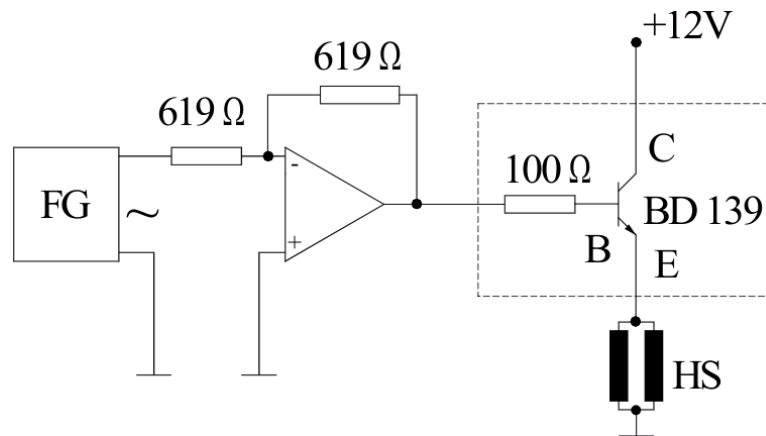


Abb. 7: Schaltung zur Erzeugung eines magnetischen Wechselfeldes an den HELMHOLTZ-Spulen.

Am Funktionsgenerator FG stellen wir nun eine sinusförmige Wechselspannung mit einer Frequenz von 200 Hz und einer Amplitude von etwa 0,5 - 1 V ein. Durch Variation der Amplitude und des DC-Offsets am Funktionsgenerator stellen wir nun einen solchen Arbeitspunkt ein, bei dem eine möglichst unverzerrte sinusförmige Wechselspannung vorliegt. Dazu überprüfen wir mit Hilfe eines Oszilloskops das Spannungssignal an den HELMHOLTZ-Spulen.

Nach erfolgter Justage des Versuchsaufbaus schließen wir die Induktionsspule an einen Eingang des Oszilloskops an, um das induzierte Spannungssignal beobachten zu können. Um nun das Magnetfeld der HELMHOLTZ-Spulen näher zu untersuchen, verschieben wir die Induktionsspule nacheinander in folgenden Bereichen:

- (a) $-R \leq z \leq R$ ($y = 0, x = 0$)
- (b) $0 \leq x \leq 1,5R$ ($z = 0, y = 0$)
- (c) $0 \leq x \leq 1,5R$ ($z \approx R/2, y = 0$)

Für R haben wir mit einem Massband einen Abstand von $8,0 \pm 0,2$ cm gemessen. Das heißt,

bei (a) verschieben wir die Induktionsspule zwischen -8 cm und +8 cm in z -Richtung in Abhängigkeit des Nullpunktes unseres Koordinatensystems. Bei (b) verschieben wir die Spule zwischen 0 cm und 12 cm in x -Richtung, während die z - und y -Komponente jeweils 0 cm beträgt. Bei (c) schließlich montieren wir die Spule in z -Richtung bei etwa 4 cm und verschieben sie in x -Richtung wiederum zwischen 0 cm und 12 cm. Alle Verschiebungen sollen dabei in 0,5-cm-Schritten erfolgen.

Es ist anzumerken, dass wir bei (b) und (c) bei etwa 7 cm den Rand der HELMHOLTZ-Spulen erreicht haben und die Induktionsspule außerhalb der HELMHOLTZ-Spulen aufbauen mussten. Daher fehlen in diesem Bereich jeweils drei Messwerte. Desweiteren ist anzumerken, dass wir aufgrund eines Einstellungsfehlers am Oszilloskop die Cursor bei (a) und (b) auf einem falschen Eingangssignal kalibriert hatten. Die Spannungseinteilungen beider Signale unterschieden sich um den Faktor 50, so dass wir die gemessenen Spannungen bei den Versuchsteilen (a) und (b) jeweils durch 50 dividieren müssen. Dies ist in den folgenden Tabellen bereits geschehen.

Durch Umformen der Gleichung (23) erhalten wir nun eine Gleichung, mit der wir für jede gemessene Spannung U_0 die magnetische Feldstärke B_0 bestimmen können:

$$(27) \quad B_0 = \frac{U_0}{n \omega_b A}$$

Dabei steht n für die Anzahl der Windungen der Induktionsspule, also in diesem Falle 1500. Der Parameter ω_b gibt die Kreisfrequenz der Wechselspannung am FG an und beträgt hier $200 \text{ Hz} \cdot 2\pi = 1256,6 \text{ Hz}$. Die Fläche A der Induktionsspule bestimmen wir durch Messung des Innen- und Außendurchmessers¹. Wir nehmen hier $A = 1,5 \pm 0,1 \text{ cm}^2$ an. Wir betrachten die Windungszahl n als nicht fehlerbehaftet. Für die am FG eingestellte Frequenz nehmen wir einen Fehler von 2 Hz an. Für den Fehler der Kreisfrequenz gilt demnach: $\Delta\omega_b = 2 \text{ Hz} \cdot 2\pi = 12,6 \text{ Hz}$. Für die gemessenen Spannungen U_0 wählen wir einen Fehler von $0,5 \text{ mV} = 0,0005 \text{ V}$, welcher aus der Anzeigegenauigkeit am Oszilloskop resultiert. Für den Größtfehler von B_0 gilt gemäß der Fehlerfortpflanzung:

¹ Wir haben es leider am Praktikumstermin versäumt, die Fläche A zu bestimmen. Daher nehmen wir hier in Rücksprache mit anderen Praktikumssteilnehmern einen Wert für A an. In der folgenden Betrachtung sollte dies kein großes Problem darstellen, da die Diagramme vor allem qualitativ ausgewertet werden.

$$(28) \quad \Delta B_0 = \left| \frac{\partial B_0}{\partial U_0} \right| \Delta U_0 + \left| \frac{\partial B_0}{\partial \omega_b} \right| \Delta \omega_b + \left| \frac{\partial B_0}{\partial A} \right| \Delta A = \frac{\Delta U_0}{n \omega_b A} + \frac{\Delta \omega_b U_0}{n \omega_b^2 A} + \frac{\Delta A U_0}{n \omega_b A^2}$$

Unsere Messwerte sowie die daraus berechneten Wert und Fehler für die Fälle (a), (b) und (c) zeigen die Tabellen 1 bis 3.

(a) $-R \leq z \leq R$ ($y = 0, x = 0$)

z / cm	U ₀ / mV	B ₀ / μT
-8,0	18,8 ± 0,5	66,5 ± 6,9
-7,5	20,4 ± 0,5	72,2 ± 7,3
-7,0	22,4 ± 0,5	79,2 ± 7,8
-6,5	24,0 ± 0,5	84,9 ± 8,3
-6,0	26,0 ± 0,5	92,0 ± 8,8
-5,5	26,8 ± 0,5	94,8 ± 9,0
-5,0	27,6 ± 0,5	97,6 ± 9,3
-4,5	28,4 ± 0,5	100,4 ± 9,5
-4,0	29,6 ± 0,5	104,7 ± 9,8
-3,5	29,6 ± 0,5	104,7 ± 9,8
-3,0	30,0 ± 0,5	106,1 ± 9,9
-2,5	31,2 ± 0,5	110,4 ± 10,2
-2,0	31,2 ± 0,5	110,4 ± 10,2
-1,5	30,8 ± 0,5	108,9 ± 10,1
-1,0	31,2 ± 0,5	110,4 ± 10,2
-0,5	31,2 ± 0,5	110,4 ± 10,2
0,0	31,2 ± 0,5	110,4 ± 10,2

z / cm	U ₀ / mV	B ₀ / μT
0,5	31,2 ± 0,5	110,4 ± 10,2
1,0	31,2 ± 0,5	110,4 ± 10,2
1,5	31,2 ± 0,5	110,4 ± 10,2
2,0	31,2 ± 0,5	110,4 ± 10,2
2,5	31,2 ± 0,5	110,4 ± 10,2
3,0	30,4 ± 0,5	107,5 ± 10,0
3,5	29,6 ± 0,5	104,7 ± 9,8
4,0	29,2 ± 0,5	103,3 ± 9,7
4,5	28,0 ± 0,5	99,0 ± 9,4
5,0	26,8 ± 0,5	94,8 ± 9,0
5,5	25,6 ± 0,5	90,5 ± 8,7
6,0	24,0 ± 0,5	84,9 ± 8,3
6,5	22,0 ± 0,5	77,8 ± 7,7
7,0	20,4 ± 0,5	72,2 ± 7,3
7,5	19,2 ± 0,5	67,9 ± 7,0
8,0	17,2 ± 0,5	60,8 ± 6,4

Tab. 1: Gemessene Spannungen U₀ und berechnete Feldstärken B₀ für den Fall (a).

(b) $0 \leq x \leq 1,5 R$ ($z = 0, y = 0$)

x / cm	U_0 / mV	B_0 / μT	z / cm	U_0 / mV	B_0 / μT
0,0	$30,8 \pm 0,5$	$108,9 \pm 10,1$	4,0	$30,4 \pm 0,5$	$107,5 \pm 10,0$
0,5	$30,8 \pm 0,5$	$108,9 \pm 10,1$	4,5	$29,6 \pm 0,5$	$104,7 \pm 9,8$
1,0	$30,8 \pm 0,5$	$108,9 \pm 10,1$	5,0	$27,2 \pm 0,5$	$96,2 \pm 9,1$
1,5	$30,8 \pm 0,5$	$108,9 \pm 10,1$	5,5	$24,8 \pm 0,5$	$87,7 \pm 8,5$
2,0	$30,8 \pm 0,5$	$108,9 \pm 10,1$	6,0	$21,6 \pm 0,5$	$76,4 \pm 7,6$
2,5	$30,8 \pm 0,5$	$108,9 \pm 10,1$	6,5	$21,6 \pm 0,5$	$76,4 \pm 7,6$
3,0	$30,8 \pm 0,5$	$108,9 \pm 10,1$	8,5	$-6,4 \pm 0,5$	$-22,6 \pm 3,5$
3,5	$30,4 \pm 0,5$	$107,5 \pm 10,0$	9,0	$-4,8 \pm 0,5^2$	$-17,0 \pm 3,1$

Tab. 2: Gemessene Spannungen U_0 und berechnete Feldstärken B_0 für den Fall (b).

(c) $0 \leq x \leq 1,5 R$ ($z \approx R/2, y = 0$)

x / cm	U_0 / mV	B_0 / μT	x / cm	U_0 / mV	B_0 / μT
0,0	$28,8 \pm 0,5$	$101,9 \pm 9,6$	5,5	$48,0 \pm 0,5$	$169,8 \pm 14,8$
0,5	$28,4 \pm 0,5$	$100,4 \pm 9,5$	6,0	$58,8 \pm 0,5$	$208,0 \pm 17,7$
1,0	$28,4 \pm 0,5$	$100,4 \pm 9,5$	8,0	$-30,8 \pm 0,5$	$-108,9 \pm 10,1$
1,5	$30,0 \pm 0,5$	$106,1 \pm 9,9$	8,5	$-23,2 \pm 0,5$	$-82,1 \pm 8,1$
2,0	$30,0 \pm 0,5$	$106,1 \pm 9,9$	9,0	$-16,0 \pm 0,5$	$-56,6 \pm 6,1$
2,5	$30,0 \pm 0,5$	$106,1 \pm 9,9$	9,5	$-12,4 \pm 0,5$	$-43,9 \pm 5,1$
3,0	$31,6 \pm 0,5$	$111,8 \pm 10,3$	10,0	$-9,2 \pm 0,5$	$-32,5 \pm 4,3$
3,5	$33,6 \pm 0,5$	$118,8 \pm 10,9$	10,5	$-8,0 \pm 0,5$	$-28,3 \pm 3,9$
4,0	$35,6 \pm 0,5$	$125,9 \pm 11,4$	11,0	$-7,2 \pm 0,5$	$-25,5 \pm 3,7$
4,5	$38,4 \pm 0,5$	$135,8 \pm 12,2$	11,5	$-6,0 \pm 0,5$	$-21,2 \pm 3,4$
5,0	$42,4 \pm 0,5$	$150,0 \pm 13,3$	12,0	-5,2	$-18,4 \pm 3,2$

Tab. 3: Gemessene Spannungen U_0 und berechnete Feldstärken B_0 für den Fall (c).

Wir tragen nun für alle drei Fälle die berechneten Feldstärken B_0 über den normierten Ortskoordinaten z/R bzw. x/R auf. Die resultierenden Diagramme zeigen die Abbildungen 8 bis 10.

2 Ab 9,5 cm ging das Signal im Rauschen unter. Daher können wir ab hier keine weiteren Angaben machen.

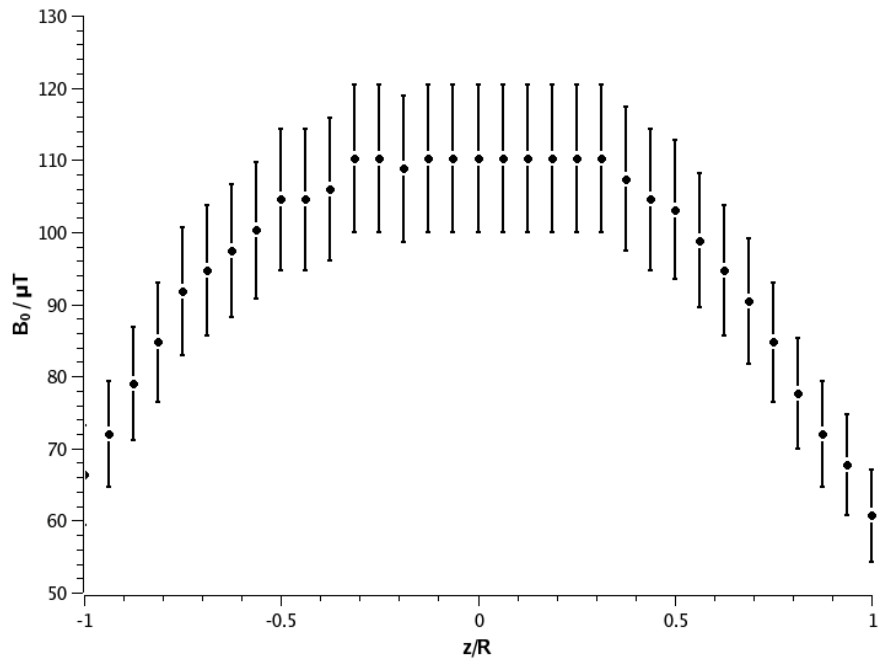


Abb. 8: Feldstärke B_0 über der normierten Ortskoordinate z/R für den Fall (a).

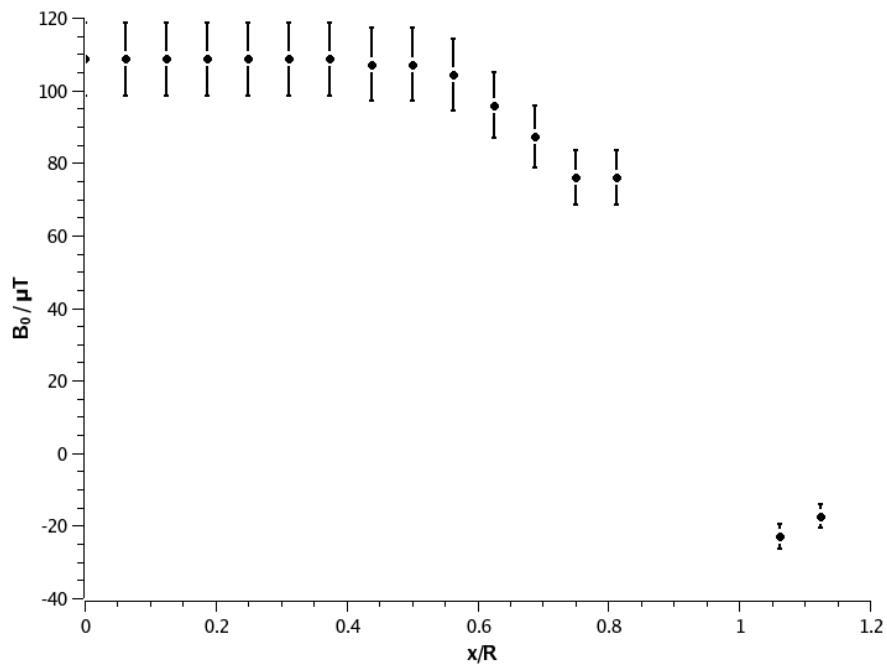


Abb. 9: Feldstärke B_0 über der normierten Ortskoordinate x/R für den Fall (b).

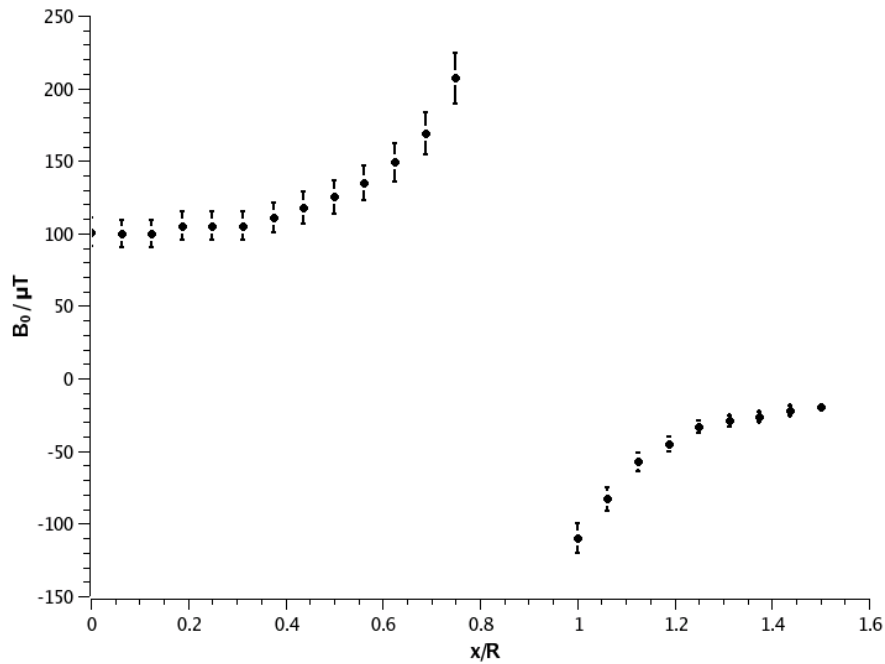


Abb. 10: Feldstärke B_0 über der normierten Ortskoordinate x/R für den Fall (c).

Anhand der drei Diagramme können wir nun das von den HELMHOLTZ-Spulen erzeugte Magnetfeld charakterisieren: Aus Abbildung 8 ist ersichtlich, dass das Magnetfeld zwischen $-0,5R$ und $0,5R$ in x -Richtung nahezu homogen verläuft. Da die Spulen einen Abstand von R voneinander haben, können wir also ein homogenes Magnetfeld in x -Richtung zwischen den beiden Spulen annehmen. Wir erkennen zudem eine Symmetrie um den Nullpunkt herum, wo die Feldstärke maximal wird. Sobald wir jedoch den Bereich zwischen den Spulen in x -Richtung verlassen, nimmt die Feldstärke ab.

Bei den Fällen (b) und (c) ergab sich bei den gemessenen Sannungen jeweils bei $x \approx R$, also beim Verlassen des Spuleninneren, ein Phasenwechsel. In den Abbildungen 9 und 10 ist dies durch eine Polstelle bei $x/R \approx 1$ zu erkennen. Der Phasenwechsel ist durch die Richtungsänderung des Magnetfeldes zu erklären: Innerhalb der Spulen ist das Feld homogen; außerhalb der Spulen jedoch verläuft es kreisförmig um die Spulen herum. Zur Verdeutlichung des Magnetfeldes zweier HELMHOLTZ-Spulen soll Abbildung 11 dienen. Anhand der Skizze erkennen wir Inhomogenitäten am Spulenrand, welche durch den Übergang vom homogenen Feld zwischen den Spulen und dem kreisförmigen Feld um die Spulen herum verursacht werden. Dadurch erwarten wir am Rand der Spulen eine höhere Feldstärke als in der Mitte zwischen den Spulen (in x -Richtung). Diese Vermutung bestätigt der Fall (c): Bei $x = 0$ ist die Feldstärke innerhalb der Spule am kleinsten und wächst bis zum

Rand bei $x \approx R$ an. Nach dem Verlassen der Spule liegt dann ein Phasenwechsel vor wie oben beschrieben und die Feldstärke geht betragsmäßig gegen Null.

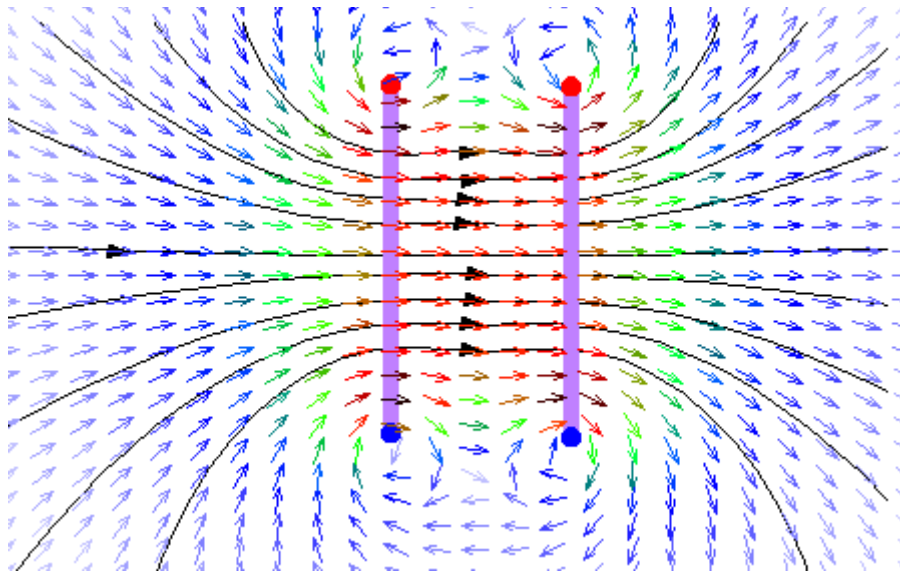


Abb.11: Zur Veranschaulichung des von zwei HELMHOLTZ-Spulen erzeugten Magnetfeldes.

3.2. Messung der Horizontalkomponente des örtlichen Magnetfeldes

In diesem Versuchteil wollen wir die Horizontalkomponente B_h des am Laborarbeitsplatz herrschenden Magnetfeldes bestimmen. Dazu verwenden wir wieder den Aufbau mit den HELMHOLTZ-Spulen. Zunächst montieren wir eine Magnetnadel zwischen den stromlosen Spulen. Wir richten dann durch Verschieben der gesamten Arbeitsplatte die Spulen so aus, dass die x -Achse in Richtung der Magnetnadel verläuft. Nun legen wir in 0,1-A-Schritten Gleichströme I zwischen -0,5 A und 0,5 A an den HELMHOLTZ-Spulen an. Dabei lenken wir die Nadel mit der Hand um einen kleinen Winkel aus und bestimmen mit einer Stoppuhr die Periodendauer τ der resultierende Schwingung der Nadel. Dazu messen wir jeweils zehn Schwingungen und dividieren unsere gemessenen Zeiten anschließend wieder durch zehn.

Durch den Gleichstrom I wird ein Magnetfeld $B_s(I)$ erzeugt. Damit gilt für das resultierende Horizontal-Feld B_r am Ort der Magnetnadel:

$$(29) \quad B_r = B_h + B_s(I)$$

Somit gibt es einen Strom I_0 , bei dem B_r verschwindet. Dann gilt:

$$(30) \quad B_h = -B_s(I=I_0)$$

In diesem Fall ist die Periodendauer τ unendlich groß, die Magnetnadel schwingt also nicht, sondern verharrt in ihrer Position. Den Strom I_0 finden wir, indem wir $1/\tau^2$ über I auftragen und anschließend durch lineare Regression den Strom ermitteln, bei dem $1/\tau^2$ gegen 0 geht. Dabei müssen wir die Messwerte für $I < I_0$ so spiegeln, dass sie auf einer Geraden liegen.

Unsere gemessenen Periodendauern sowie alle berechneten Werte und Fehler zeigt Tabelle 4. Als Messfehler für die Zeit 10τ nehmen wir hier 0,2 s an, was vor allem auf die Reaktionszeit beim Bedienen der Stoppuhr zurückzuführen ist. Für die durch zehn dividierten einzelnen Perioden τ ergibt sich entsprechend ein Fehler von 0,02 s. Für $1/\tau^2$ resultiert daraus ein Fehler von

$$\Delta \frac{1}{\tau^2} = \frac{d1/\tau^2}{d\tau} \cdot \Delta\tau = \frac{2 \cdot \Delta\tau}{\tau^3}$$

Da wir die Stromstärke mit einem Amperemeter bestimmen, nehmen wir als Größtfehler die Anzeigenauigkeit von 0,01 A an.

I / A	10 τ / s	τ / s	$1/\tau^2$ / $1/s^2$
-0,50 \pm 0,01	8,28 \pm 0,2	0,83 \pm 0,02	1,46 \pm 0,07
-0,40 \pm 0,01	9,56 \pm 0,2	0,96 \pm 0,02	1,09 \pm 0,05
-0,30 \pm 0,01	10,78 \pm 0,2	1,08 \pm 0,02	0,86 \pm 0,03
-0,20 \pm 0,01	12,82 \pm 0,2	1,28 \pm 0,02	0,61 \pm 0,02
-0,10 \pm 0,01	17,72 \pm 0,2	1,77 \pm 0,02	0,32 \pm 0,01
0,10 \pm 0,01	21,00 \pm 0,2	2,10 \pm 0,02	0,23 \pm 0,01
0,20 \pm 0,01	15,13 \pm 0,2	1,51 \pm 0,02	0,44 \pm 0,01
0,30 \pm 0,01	11,87 \pm 0,2	1,19 \pm 0,02	0,71 \pm 0,02
0,40 \pm 0,01	10,00 \pm 0,2	1,00 \pm 0,02	1,00 \pm 0,04
0,50 \pm 0,01	8,01 \pm 0,2	0,80 \pm 0,02	1,56 \pm 0,08

Tab. 4: Gemessene Periodendauern τ für verschiedene Stromstärken I .

Das entsprechende Diagramm zeigt Abbildung 12³. Mit Hilfe der Software QTIPLLOT ermitteln wir für die Ausgleichsgerade folgende Funktionsgleichung:

3 Der letzte Wert bei $I = 0,5$ wurde vernachlässigt, da dort wahrscheinlich ein Messfehler vorliegt.

$$\frac{1}{\tau^2} = 2,67 \pm 0,04 \cdot I - 0,07 \pm 0,01$$

Um die Stromstärke zu erhalten, bei der die Periodendauer gegen unendlich geht, setzen wir die Gleichung der Ausgleichgeraden gleich Null und erhalten damit die Stromstärke I_0 :

$$2,67 \cdot I_0 - 0,07 = 0 \Leftrightarrow I_0 = 0,026$$

Für den Fehler von I_0 gilt:

$$\Delta I_0 = \frac{0,01}{2,67} + \frac{0,07 \cdot 0,04}{2,67^2} = 0,004$$

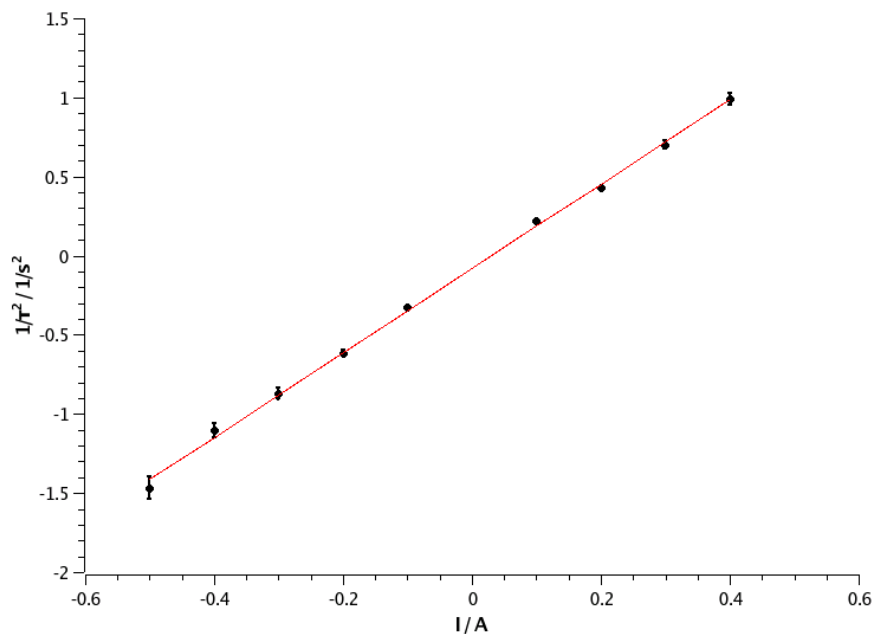


Abb. 12: Umgekehrtes Quadrat der Periodendauer τ über verschiedenen Stromstärken I .

Wir halten also fest: $I_0 = 26,0 \pm 4,0$ mA. Da sich der Strom aber gemäß der Knotenregel zu gleichen Teilen auf beide Spulen aufteilt, müssen wir I_0 noch durch zwei dividieren, um den Strom durch eine Spule zu erhalten: $I_1 = 13,0 \pm 2,0$ mA. Nun können wir gemäß Gleichung (10) die gesuchte Feldstärke $B_b = -B_s$ bestimmen:

$$B_h = \mu_0 \frac{n I_1}{R} \left(\frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot \frac{100 \cdot 0,013 A}{0,08 m} \left(\frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} = 7,31 \cdot 10^{-6} T$$

Für den Fehler der Feldstärke B_h ergibt sich unter der Annahme, μ_0 und n seien nicht fehlerbehaftet:

$$\Delta B_h = \frac{\partial B_h}{\partial I_1} \Delta I_1 + \frac{\partial B_h}{\partial R} \Delta R = \mu_0 \frac{n \Delta I_1}{R} \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} + \mu_0 \frac{n I_1 \Delta R}{R^2} \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Mit $R = 8 \pm 0,2$ cm und $I_1 = 13,0 \pm 2,0$ mA erhalten wir einen Größtfehler von $\Delta B_h = 2,43 \cdot 10^{-6}$ T. Somit können wir als Versuchsergebnis für die Horizontalkomponente des lokalen Magnetfeldes festhalten: $B_h = (7,31 \pm 2,43) \cdot 10^{-6}$ T. Somit liegt unser Messwert unterhalb der üblichen Literaturwerte für das Erdmagnetfeld, die zwischen $20 \cdot 10^{-6}$ T und $30 \cdot 10^{-6}$ T liegen⁴. Für diese Abweichung sind vor allem Störungen des Erdmagnetfeldes durch elektromagnetische Strahlungen verantwortlich, welche von elektrischen Geräten, Mobiltelefonen, etc. ausgelöst werden.

3.3. Messung eines stationären Magnetfeldes mit der Induktionsspule

Im letzten Versuchteil wollen wir das stationäre Magnetfeld eines Hufeisenmagneten messen. Dazu verwenden wir drei verschiedene Induktionsspulen mit $n = (2000, 5000, 8000)$ Windungen. Die Spulen befestigen wir auf der Achse eines Motors (siehe Abbildung 13), den wir mit einer Frequenz von 50 Hz rotieren lassen. Durch Schleifkontakte sind die Induktionsspulen mit zwei Anschlusskontakten versehen. Das an den Anschlusskontakten anliegende Spannungssignal der Amplitude U_0 betrachten wir auf einem Elektronenstrahl-Oszilloskop. Wir stellen nun mit Hilfe des Oszilloskops für jede Spule eine Rotationsfrequenz von 50 Hz ein und messen die Spannungsamplitude. Anschließend bestimmen wir die Fläche A für die Spulen. Dazu messen wir den Außendurchmesser d_l des leeren Spulenkörpers an einer Musterspule. Der Außendurchmesser der umwickelten Spulen d_w wurde vor Ort angegeben. Mit Hilfe folgender Formel berechnen wir dann die Fläche A :

$$A = \left(\frac{1}{2} \left(\frac{d_w + d_l}{2} \right) \right)^2 \pi = \left(\frac{d_w + d_l}{4} \right)^2 \pi$$

Für den Größtfehler der Fläche A gilt demnach:

⁴ Vgl. zum Beispiel [4]

$$\Delta A = \frac{\partial A}{\partial d_w} \cdot \Delta d_w + \frac{\partial A}{\partial d_l} \cdot \Delta d_l = \frac{(d_w + d_l)\pi}{4} \cdot (\Delta d_w + \Delta d_l)$$

Nun können wir für jede Spule die elektrische Feldstärke B_0 gemäß Gleichung (27) sowie deren Größtfehler gemäß Gleichung (28) bestimmen. Unsere Ergebnisse zeigt Tabelle 5. Die Fehler für d_l und d_w ergeben sich aus der Ablesegenauigkeit am Messschieber. Die Kreisfrequenz ω_b berechnen wir, indem wir die am Oszilloskop abgelesene Frequenz mit 2π multiplizieren. Für die am Oszilloskop angezeigte Frequenz nehmen wir einen Fehler von 2 Hz an. Damit gilt für die Kreisfrequenz ω_b ein Fehler von $2 \text{ Hz} \cdot 2\pi = 12,6 \text{ Hz}$. Für die abgelesene Spannung U_0 schließlich legen wir einen Größtfehler von 0,2 V fest.

n	d_l / mm	d_w / mm	A / mm ²	ω_b / Hz	U_0 / V	B_0 / T
2000	$15,5 \pm 0,2$	$18,1 \pm 0,2$	$221,7 \pm 10,6$	$314,2 \pm 12,6$	$2,4 \pm 0,2$	$0,017 \pm 0,003$
5000	$15,5 \pm 0,2$	$21,2 \pm 0,2$	$264,5 \pm 11,5$	$314,2 \pm 12,6$	$7,0 \pm 0,2$	$0,017 \pm 0,002$
8000	$15,5 \pm 0,2$	$24,6 \pm 0,2$	$315,7 \pm 12,6$	$314,2 \pm 12,6$	$13,0 \pm 0,2$	$0,016 \pm 0,001$

Tab. 5: Gemessene und berechnete Werte für die drei verwendeten Induktionsspulen.

Durch Mittelwertbildung erhalten wir eine magnetische Feldstärke für den Hufeisenmagneten von $B_0 = 0,0167 \pm 0,002 \text{ T}$. Bei unserem Versuch liegen die berechneten Feldstärken für die drei Induktionsspulen sehr nahe beieinander. Mögliche Abweichungen ließen sich durch die Form der Wicklungen erklären: Wir gehen bei der Berechnung der Spulenfläche A von einem idealisierten Kreis aus. In der Realität jedoch wird der Spulenkörper von der Form eines exakten Kreises abweichen. Desweiteren können wir durch Mittelwertbildung des Außendurchmessers der leeren und der umwickelten Spule den tatsächlichen Radius nur näherungsweise angeben (vgl. Frage 3).

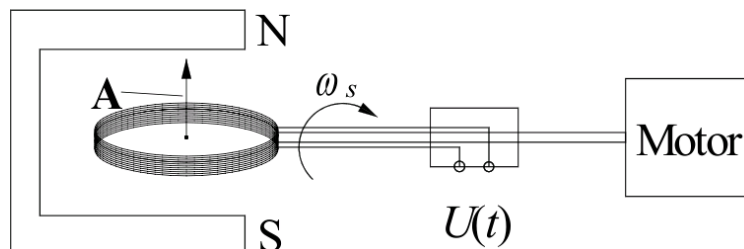


Abb. 13: Messung eines stationären Magnetfeldes mit einer rotierenden Induktionsspule.

4. Anhang

4.1. Literatur

- [1] Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, CvO Universität Oldenburg, Institut für Physik, Oktober 2005
- [2] dtv-Atlas Physik, Band 1 und 2, Deutscher Taschenbuch Verlag, 7. Auflage, August 2004
- [3] <http://de.wikipedia.org/wiki/Helmholtz-Spule>
- [4] <http://de.wikipedia.org/wiki/Erdmagnetfeld>

4.2. Abbildungsnachweis

- **Abb. 1:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 2:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 3:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 4:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 5:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 6:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 7:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 11:**
<http://de.wikipedia.org/wiki/Bild:Magnetfeld-Helmholtzspule.gif>
Diese Grafik wird unter der GNU-Lizenz für freie Dokumentation veröffentlicht. Mehr Informationen dazu unter <http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html>
- **Abb. 13:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]