

**PROTOKOLL ZUM ANFÄNGERPRAKTIKUM
PHYSIK**

**Geometrische Optik, optische
Abbildung und Aberrationen**

Sebastian Finkel
Sebastian Wilken

Versuchsdurchführung:
17. Mai 2006

0. Inhalt

1. Einleitung

2. Theoretischer Teil

- 2.1. Vereinbarungen
- 2.2. Abbildungseigenschaften von Linsen
- 2.3. Abbildungsfehler
 - 2.3.1. Sphärischer Abberation
 - 2.3.2. Chromatische Aberration
- 2.4. Blenden und Pupillen, Schärfentiefe
- 2.5. Lupe
- 2.6. Astronomisches Fernrohr

3. Praktischer Teil

- 3.1. Brennweitenbestimmung einer Linse
- 3.2. Chromatische Aberration
- 3.3. Sphärische Aberration
- 3.4. Schärfentiefe
- 3.5. Sehwinkelvergrößerung durch eine Lupe
- 3.6. Sehwinkelvergrößerung mit einem Fernrohr

4. Anhang

- 4.1. Literatur
- 4.2. Abbildungsnachweis

5. Anlage (Messwertabellen)

1. Einleitung

Dieser Versuch beschäftigt sich mit der geometrischen Optik (auch Strahlenoptik genannt), welche noch heute durch viele technische Anwendungen eine große Bedeutung hat. Die Gesetze der geometrischen Optik beruhen auf vier Axiomen:

- Geradlinigkeit der Lichtausbreitung,
- Umkehrbarkeit der optischen Wege,
- Gültigkeit des Reflexionsgesetzes und
- Gültigkeit des Brechungsgesetzes.

In den folgenden Versuchen zu verschiedenen Eigenschaften einer Linse, einer Lupe und eines Fernrohres werden wichtige Grundlagen vermittelt, welche als Voraussetzung für alle modernen optischen Messverfahren gelten.

2. Theoretischer Teil

Wir wiederholen nun kurz die für den Versuch wichtigen theoretischen Hintergründe, da wir davon ausgehen, dass diese im Detail aus der Schule bekannt sind.

2.1. Vereinbarungen

- Wir gehen grundsätzlich von einer Lichtausbreitung von links nach rechts in unseren Skizzen aus.
- Der Raum links des optischen Systems heißt Gegenstandsraum und der Raum rechts davon Bildraum.
- Bei einer vertikal stehenden Linse bezeichnet man die durch die Linsenmitte laufende horizontale Achse als optische Achse. Wir kennzeichnen diese immer durch eine gestrichelte Linie.
- Wir beschränken und im Folgenden auf die paraxiale Theorie für dünne, sphärische Linsen, was bedeutet, dass wir nur enge Lichtbündel betrachten, die sich in der Nähe und mit kleineren Neigungen als 5° gegen die optische Achsen ausbreiten.
- Wir gehen davon aus, dass die Linsen so dünn sind, dass ihre Hauptebenen mit der Linsenmitte zusammenfallen.

2.2. Abbildungseigenschaften von Linsen

Die Brennweite f einer Linse lässt sich mit der Linsenmacher-Gleichung berechnen:

$$(1) \quad \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Mit:

- n : Brechungsindex
- R_1 : Krümmungsradius der linken Linsenoberfläche
- R_2 : Krümmungsradius der rechten Linsenoberfläche
- $R > 0$: Linsenoberfläche nach links gewölbt
- $R < 0$: Linsenoberfläche nach rechts gewölbt

Wir berechnen nun exemplarisch eine Plankonvexelinse den Fall für $n = 1,5$ und $R = 100\text{mm}$. Wir wählen R_1 als gekrümmt und erhalten als Brennweite: $f = 0,2\text{ m}$. Hätten wir R_2 als gekrümmt gewählt, so hätten wir eine negative Brennweite erhalten. Es ist also nicht egal, welchen Seite plan ist (vgl. Frage 1).

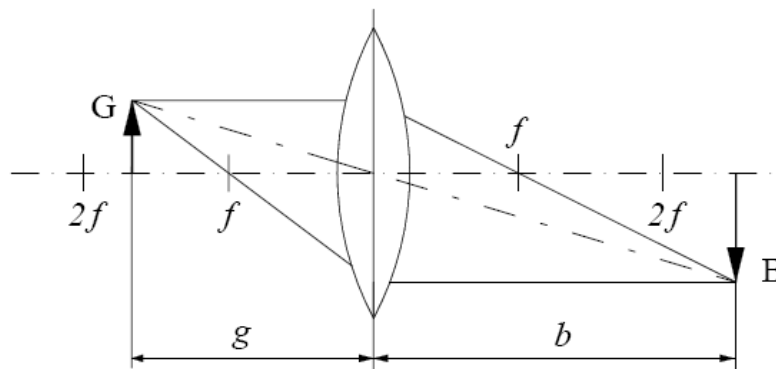


Abb. 1: *Abbildung mit einer Linse.*

Betrachten wir einen Gegenstand G wie Abbildung 1 dargestellt, der oberhalb der optischen Achse liegt, durch eine Linse L in einem unterhalb der optischen Achse liegenden Bild B , so gilt die GAUSS'sche Linsengleichung:

$$(2) \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

Mit:

- g : Gegenstandsweite
- $g > 0$: reeller Gegenstand links von der Linse
- $g < 0$: virtueller Rechts von der Linse
- b : Bildweite
- $b > 0$: reelles Bild rechts der Linse
- $b < 0$: virtuelles Bild links der Linse

Die transversale Vergrößerung M ist gegeben durch:

$$(3) \quad M = \frac{h_b}{h_g} = -\frac{b}{g} = 1 - \frac{b}{f}$$

Mit:

- h_b : Bildhöhe von der optischen Achse aus
- h_g : Gegenstandshöhe von der optischen Achse aus
- $h_{b,g} > 0$ wenn Bild, bzw. Gegenstand oberhalb der optischen Achse liegen
- $h_{b,g} < 0$ sonst.

Bei einer negativen transversalen Vergrößerung befinden sich Bild oder Gegenstand unterhalb der optischen Achse. Also ist die Abbildung, bzw. der Gegenstand verkehrtherum (vgl. Frage 2).

Bringen wir zwei dünnen Linsen der Brennweite f_1 und f_2 dicht zusammen, so gilt für Brennweite f des Zwei-Linsen-Systems:

$$(4) \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Mit Gleichung 2 könnten wir die Brennweite einer Linse bestimmen, jedoch ist die praktische Durchführung sehr fehlerbehaftet. Daher nutzt man oft das so genannte BESSEL-Verfahren. Wir nutzen bei diesem Verfahren aus, dass es bei einer konstanten Entfernung $e > 4f$ zwischen Bild und Gegenstand zwei Linseneinstellungen gibt, die zu einer scharfen

Abbildung führen. In einer Stellung findet eine Vergrößerung, in der anderen Stellung eine Verkleinerung statt. Sei d der Abstand zwischen diesen beiden Punkten, so gilt:

$$(5) \quad f = \frac{1}{4} \left(e - \frac{d^2}{e} \right)$$

2.3. Abbildungsfehler

Gerade wenn die Voraussetzungen wie in 2.1 erklärt nicht gegeben sind, folgen daraus oft Abbildungsfehler. Diese ließen sich mit komplizierten Viel-Linsensystemen stark reduzieren. Bei unseren 1-Linsenaufbauten mit sphärischen Oberflächen wie wir sie im Anfängerpraktikum einsetzen, sind sie jedoch unvermeidlich.

Im Folgenden wollen wir uns mit den zwei wichtigsten Fehlern beschäftigen, der sphärischen und der chromatischen Aberration. Die sphärische Aberration gehört zu den elementaren Abbildungsfehlern, die sich mit der so genannten Theorie dritter Ordnung beschreiben lässt.

2.3.1. Sphärische Aberration

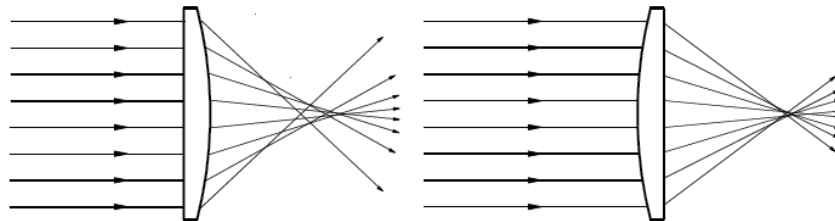


Abb. 2: *Auswirkung der sphärischen Aberration bei unterschiedlicher Linsenorientierung*

Abbildung 2 zeigt, was man unter der sphärischen Aberration am Beispiel von plankonvexen Linsen zu verstehen hat. Parallele Strahlen, die von einem unendlich weit entfernten Gegenstandspunkt stammen, treffen in unterschiedlichen Winkeln auf die Linsenoberfläche. Bei sphärischen Linsen hat das nun zur Folge, dass die Strahlen nach dem Austritt aus der Linse die optische Achse in mehrere Brennpunkten schneiden. Je weiter nun der Abstand von der optischen Achse ist, desto kleiner wird die Brennweite f . Näherungsweise gilt, dass f mit b^2 abnimmt, wobei b der Abstand von der optischen Achse ist. Wir erhalten so also

Funktion der Brennweite f in Abhängigkeit von h :

$$(6) \quad f(h) \approx f_0 - kh^2$$

mit f_0 als Brennweite im paraxialen Bereich und $k > 0$ als eine Konstante.

Für eine Linse mit unterschiedlichen Krümmungsradien R_1 und R_2 muss man versuchen, diese so in den Strahlengang zu bringen, dass die Brechkraft auf beiden Grenzflächen so gut wie möglich gleichmäßig verteilt wird. Bei einer plankonvexen Linse sollte man eine Orientierung wie beim linken Beispiel in Abbildung 2 wählen, da dies zu wesentlich geringeren Abbildungsfehlern führt. Eine weitere und sehr einfache Methode um sphärische Aberration zu verhindern, ist es, eine Blende vor die Linse in den Strahlengang zu bringen, da diese nur paraxiale Strahlenbündel durchlässt. Sie hat jedoch den Nachteil, dass das Abbildungssystem lichtschwächer wird.

2.3.2. Chromatische Aberration

Die chromatische Aberration kommt durch die Anhängigkeit des Brechungsindex n von der Wellenlänge λ des gebrochen Lichtes zustande. Es gilt mit $n = n(\lambda)$ aus Gleichung 1:

$$(7) \quad f(\lambda) = \frac{1}{n(\lambda) - 1} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Da $n(\lambda)$ mit zunehmender Wellenlänge kleiner wird, folgt daraus, dass $f(\lambda)$ gleichzeitig zunimmt.

λ / nm	n
365.0	1,53626
404.7	1,53024
435.8	1,52669
480.0	1,52283
486.1	1,52238
546.1	1,51872
587.6	1,51680
589.3	1,51673
632.8	1,51509
643.8	1,51472
656.3	1,51432
706.5	1,51289
852.1	1,50981

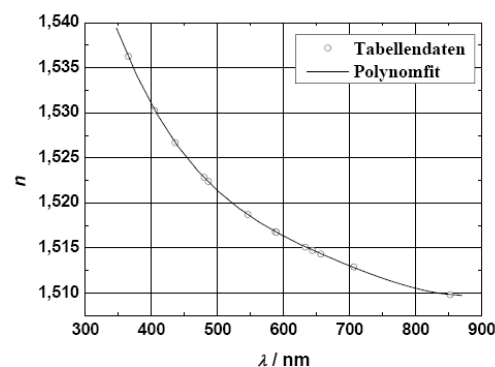


Abb. 3: Brechzahlen n in Abhängigkeit der Wellenlänge λ

In dem Fall, dass man einen Gegenstand mit weißem Licht abbildet, ist eine chromatische Aberration nicht zu vermeiden, da weißes Licht mehrere Wellenlänge im sichtbaren Spektrum beinhaltet (vgl. Frage 3).

Für BK-7 Glas ergibt sich für $n(\lambda)$ näherungsweise:

$$(8) \quad n(\lambda) = A_1 + A_2\lambda + A_3\lambda^2 + A_4\lambda^3 + A_5\lambda^4$$

Für λ in nm gilt für die Koeffizienten:

$$(9) \quad \begin{array}{lll} A_1 = 1,73938 & A_2 = -0,00117 \text{ nm}^{-1} & A_3 = 2,37992 \cdot 10^{-6} \text{ nm}^{-2} \\ A_4 = -2,24578 \cdot 10^{-9} \text{ nm}^{-3} & A_5 = 8,05841 \cdot 10^{-13} \text{ nm}^{-4} & \end{array}$$

2.4. Blenden und Pupillen, Schärfentiefe

Um einen durch ein Abbildungssystem durchtretenden Lichtstrahl zu begrenzen, nutzt man eine Aperturblende. Dies kann die Linsenbegrenzung (z.B. Linsenfassung) oder eine (Iris-) Blende sein. Für den Bau von Abbildungssystemen ist es daher wichtig zu wissen, welche Auswirkungen eine Blende hat. Abbildung 4 soll verdeutlichen, welche Auswirkungen Blenden auf unser System haben können. Wir sehen einmal einen Aufbau mit Aperturblende im Gegenstandsraum (oben) und einmal mit Aperturblende im Bildraum (unten).

Neben der Lichtbündelbegrenzung gibt es für die Nutzung von Aperturblenden einen weiteren wichtigen Grund. Und zwar bestimmt sie die so genannte Tiefenschärfe der Abbildung. Das ist die Tiefe Δg des Gegenstandsbereichs, der bei fester Bildweite gerade noch scharf abgebildet werden kann. Maßgeblich dafür ist der Aperturblendendurchmesser D , für den gilt:

$$(10) \quad F = \frac{f}{D} \quad \text{mit } F \text{ als Blendenzahl}$$

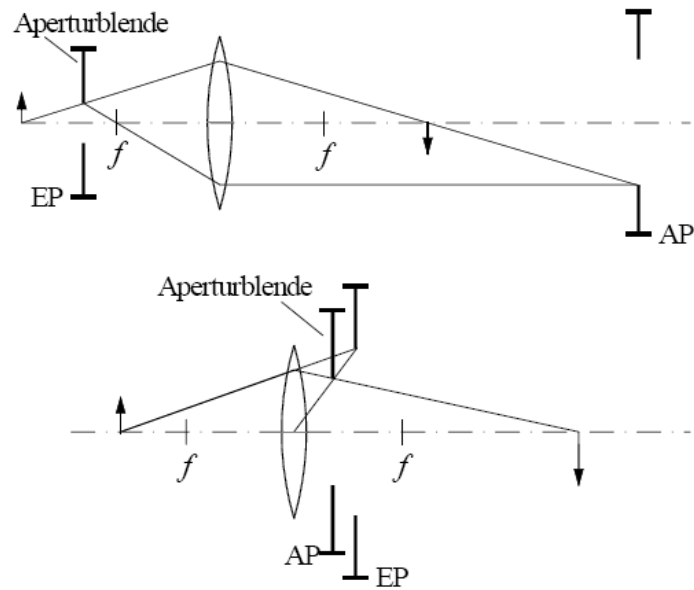


Abb. 4: Aperturblende vor (oben) und hinter der Linse (unten).

Um nun die Tiefenschärfe zu berechnen, betrachten wir Abbildung 5. Wir haben dort eine punktförmige Lichtquelle Q , die ein Bild durch die Linse der Brennweite f und des Durchmessers D auf einen fotografischen Film abbildet. Der Film kann m Linienpaare aufzeichnen. Wir definieren die Abbildung als scharf, solange für den Durchmesser d des Bildes von Q gilt: $d < 1/m$. Im Idealfall wird Q in einem Punkt B abgebildet, der den Abstand b von der Linse hat. Von dieser Position aus kann man einen Bereich Δb berechnen, in dem man den Film verschieben darf, um Q gerade noch scharf abzubilden.

$$(11) \quad \Delta b = \frac{f(1-M)}{Dm}$$

Man erhält Gleichung (11) durch folgende Beziehungen (vgl. Frage 4):

$$\frac{\Delta b}{b} = \frac{d/2}{D/2} \Leftrightarrow \Delta b = \frac{d \cdot b}{D} \quad \text{mit } b = f(1-M) \text{ und } d = 1/m$$

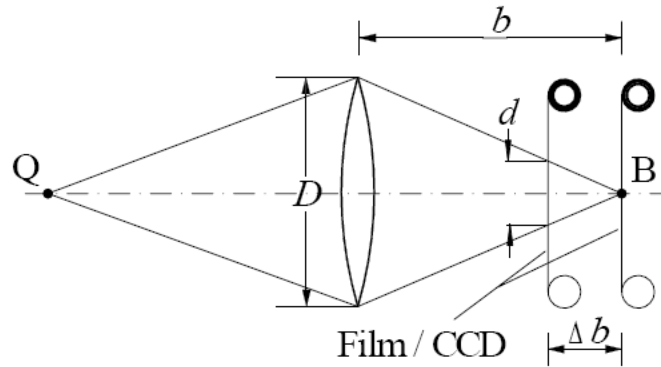


Abb. 5: Zur Schärfentiefe bei der optischen Abbildung

Man kann auch statt den Film um Δb die Lichtquelle um Δg verschieben, wobei Δg der halben Tiefenschärfe entspricht.

2.5. Lupe

Wie allgemein bekannt, kann man mit einer Lupe einen Gegenstand, der sich in der Nähe des Beobachters befindet, vergrößern. Sei d die minimale Entfernung zwischen Auge und Gegenstand, bei der gerade noch scharfes Sehen möglich ist, dann gilt für den Sehwinkel α_0 unter dem der Gegenstand der Höhe h_0 vom Mittelpunkt der Augenpupille aus gesehen wird:

$$(12) \quad \tan \alpha_0 = \frac{h_0}{d}$$

Für kleine Winkel gilt dann mit $\tan \alpha_0 \approx \alpha_0$:

$$(13) \quad \alpha_0 \approx \frac{h_0}{d}$$

Bringen wir nun eine Sammellinse der Brennweite f im Abstand l vor das Auge und dahinter den Gegenstand mit dem Abstand $g < f$, so gilt dann $b < 0$, $|b| > g$. Es entsteht also eine virtuelles Bild des Gegenstandes mit der transversalen Vergrößerung $M = 1 - b/f$. Damit erhalten wir für den Sehwinkel α_1 , unter dem nun das virtuelle Bild der Höhe h_1 zu sehen ist:

$$(14) \quad \alpha_1 = \frac{h_1}{|b| + l}$$

Als Schwinkelvergrößerung M_s gilt:

$$(15) \quad M_s = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{h_0}{h_1} \frac{d}{|b|+l} = M \frac{d}{|b|+l} = \left(1 - \frac{b}{f}\right) \frac{d}{|b|+l}$$

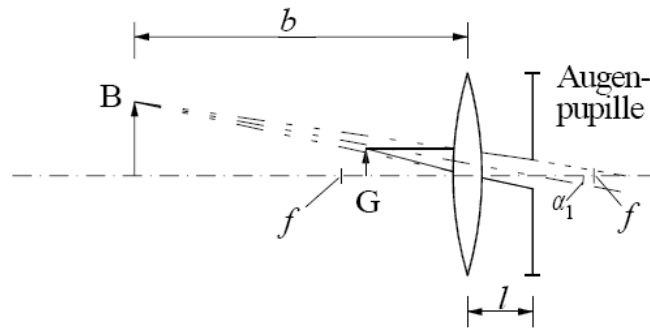


Abb. 6: Prinzip einer Lupe.

Befindet sich der Gegenstand nun in einem Abstand von $g \approx f$ vor der Linse, so geht $b \rightarrow \infty$. Daraus folgt dann:

$$(16) \quad M_s \approx \frac{d}{f}$$

Für ein „Durchschnittsauge“ ist d ungefähr 250mm.

2.6. Astronomisches Fernrohr

Astronomische oder auch KEPLER'sche Fernrohre dienen der Schwinklevergrößerung zwecks Beobachtung weit entfernter Objekte. Sie bestehen aus einer Sammellinse - dem Objektiv - mit der Brennweite f_1 , die sehr groß ist, und einer Sammellinse - dem Okular - das nur eine kleine Brennweite f_2 hat. Das Objektiv erzeugt hierbei ein reelles Zwischenbild des Gegenstandes, das dann mit dem Okular wie mit einer Lupe vergrößert betrachtet wird.

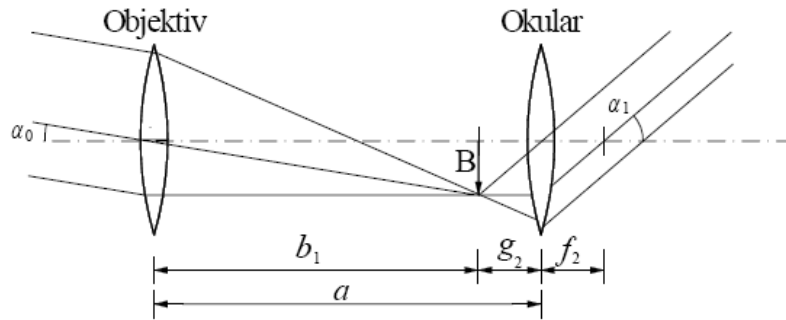


Abb. 7: Prinzip eines astronomischen Fernrohrs

g_1 und b_1 sollen hier Gegenstands- und Bildweite des Objektivs sein und g_2 und b_2 des Okulars. Für Standardanwendungen eines Fernrohrs gilt $g_1 \rightarrow \infty$ und deshalb $b_1 \approx f_1$. Weiterhin gilt für das Okular $g_2 \approx f_2$ und damit $b_2 \rightarrow -\infty$. Daraus folgt für den Abstand a zwischen Objektiv und Okular:

$$(17) \quad a = b_1 + g_2 \approx f_1 + f_2$$

Für die Sehwinkelvergrößerung gilt dann:

$$(18) \quad M_s = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{B}{f_2 \alpha_0} = \frac{f_1 \alpha_0}{f_2 \alpha_0} = \frac{f_1}{f_2} \quad (\text{vgl. Frage 5})$$

3. Praktischer Teil

Im Versuchsteil werden wir uns zunächst mit der Brennweitenbestimmung, den Abbildungsfehlern und der Schärfentiefe einer Linse beschäftigen. Dazu verwenden wir einen optischen Aufbau auf einer Dreiecksschiene. Anschließend wird die Schwinkelvergrößerung einer Lupe und eines Fernrohrs bestimmt.

3.1. Brennweitenbestimmung einer Linse

Zunächst bauen wir unsere Versuchsanordnung auf einer Dreiecksschiene gemäß Abbildung 8 auf: Eine Halogenlampe HL wird als Lichtquelle genutzt, welche unser Messdia G beleuchtet. Der Kondensator K dient zur Erzeugung eines möglichst parallelen Lichtbündels. Um eine möglichst gleichmäßige und diffuse Beleuchtung zu erzielen, bauen wir die Mattscheibe MS hinter dem Kondensator auf. Mit Hilfe der Irisblende B_1 minimieren wir das Streulicht, damit nur die Strich- und Zahlenformationen auf dem Messdia beleuchtet werden. Nun folgt die zu untersuchende Linse L , vor die in den folgenden Versuchsteilen noch verschiedene Blenden B platziert werden. Hinter der Linse bauen wir eine CCD-Kamera auf, dessen Bild wir auf einem TV-Monitor betrachten können. Vor der Kamera ist ein Rohr S montiert, welches den Einfluss von einfallendem Streulicht minimieren soll. Falls das Bild auf dem Monitor übersteuert ist, wird ein Graufilterrad R vor der Kamera angeordnet. Das Target T , also der Bereich der Kamera, welches das Bild aufnimmt, befindet sich mittig im Gehäuse. Daher haben wir in allen Versuchsteilen jeweils die zu messenden Abstände bis zur Mitte des Kameragehäuses bestimmt. Der Abstand zwischen dem Target T und der Vorderkante des Gehäuses ist die Apparatekonstante a , welche in unserem Fall 13 mm beträgt. Den Abstand des Messdias G zum Target T der CCD-Kamera bezeichnen wir mit e .

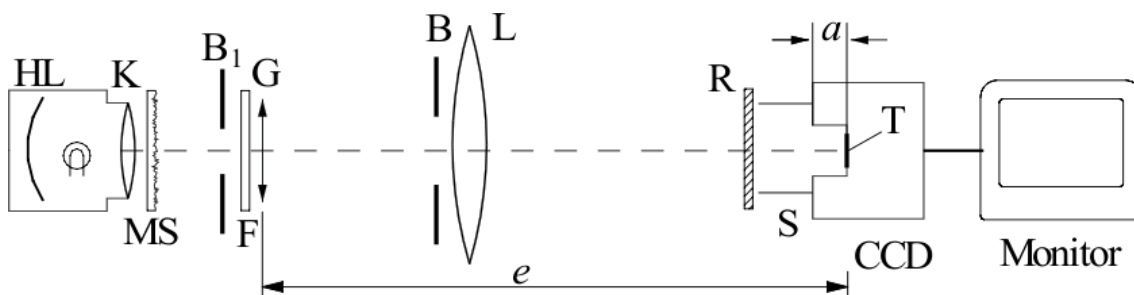


Abb. 8: Optischer Aufbau zur Brennweitenbestimmung nach dem Bessel-Verfahren

Um gute Resultate zu erzielen, justieren wir unseren Aufbau zunächst sorgfältig. Das bedeutet, wir richten alle Komponenten mittig zur optischen Achse aus. Zur Verbesserung des Bildes auf dem TV-Monitor löschen wir nach erfolgter Justage das Licht im Versuchsraum. Nun bestimmen wir nach dem BESSEL-Verfahren die Brennweite der Linse L . Dazu wählen wir einen Abstand zwischen Target T und Messdia von $e = 132,5 \pm 0,1$ cm. Durch Verschieben der Linse auf der Dreiecksschiene suchen wir nun die zwei Positionen, in denen wir auf dem TV-Monitor ein scharfes Bild des Messdias erhalten. Vom Messdia aus gemessenen haben wir diese Punkte bei $49,3 \pm 0,1$ cm und bei $86,5 \pm 0,1$ cm gefunden. Der Fehler der beiden Angaben resultiert aus der Ablesegenauigkeit am Maßband. Die Differenz d der beiden Punkte beträgt somit $37,2 \pm 0,1$ cm. Nun können wir die Brennweite der Linse berechnen:

$$f = \frac{1}{4} \cdot \left(e - \frac{d^2}{e} \right) = \frac{1}{4} \cdot \left(132,5 \text{ cm} - \frac{(37,2 \text{ cm})^2}{132,5} \text{ cm} \right) = 30,51 \text{ cm}$$

Den Größtfehler der Brennweite f bestimmen wir wie folgt:

$$\Delta f = \left(\frac{1}{4} + \frac{d^2}{4e^2} \right) \cdot \Delta e + \left(\frac{d}{2e} \right) \cdot \Delta d = 0,04 \text{ cm}$$

Wir können somit als Brennweite der Linse festhalten: $f = 30,51 \pm 0,04$ cm.

3.2. Chromatische Aberration

Um die sphärische Aberration bei diesem Versuchsteil zu minimieren, montieren wir nun vor die Linse L eine Blende B mit einer kreisrunden Öffnung mit einem Durchmesser von 20 mm. Wir platzieren nun sechs verschiedene Interferenzfilter vor dem Messdia und bestimmen jeweils wie unter 3.1. beschrieben die Brennweite nach dem BESSEL-Verfahren samt Fehler. Da die Interferenzfilter nur bestimmte Wellenlängen durchlassen, verändert sich die Brechzahl n der Linse in Abhängigkeit der Wellenlänge und wir schreiben n als Funktion von λ . Als Näherung können wir das Polynom aus Gleichung 8 verwenden. Wir notieren nun für jede Wellenlänge λ den Abstand d der beiden Positionen der Linse L , bei denen sich auf dem TV-Schirm ein scharfes Bild ergibt, die daraus errechnete Brennweite f sowie die Brechzahl $n(\lambda)$:

λ / nm	d / cm	f / cm	$n(\lambda)$
450,8	$41,7 \pm 0,1$	$29,84 \pm 0,04$	1,523
489,2	$40,6 \pm 0,1$	$30,01 \pm 0,04$	1,520
515,6	$40,2 \pm 0,1$	$30,08 \pm 0,04$	1,518
576,4	$38,5 \pm 0,1$	$30,33 \pm 0,04$	1,515
632,4	$37,9 \pm 0,1$	$30,41 \pm 0,04$	1,512
694,8	$37,1 \pm 0,1$	$30,53 \pm 0,04$	1,510

Tab. 1: Gemessene Abstände d zwischen zwei Linsenpositionen mit scharfer Abbildung sowie errechnete Brennweiten f und Brechzahlen n

Wir tragen nun die Wellenlänge λ über der Brennweite f auf. Als Ausgleichskurve erzeugen wir einen nicht-linearen Fit mit folgender Zielfunktion:

$$f(\lambda) = \frac{1}{n(\lambda)-1} \cdot R_1 \cdot \frac{R_2}{R_2 - R_1}$$

Da für den Krümmungsradius R_2 der planen Linsenoberfläche gilt $R_2 = \infty$ und somit $R_2 - R_1 = \infty$ und damit $R_2/(R_2 - R_1) = „\infty/\infty“ = 1$, können wir schreiben:

$$f(\lambda) = \frac{1}{n(\lambda)-1} \cdot R_1$$

Jetzt können wir mit Hilfe des nicht-linearen Fits und der Software QTIPLLOT den Krümmungsradius R_1 der nichtplanen Linsenoberfläche bestimmen. Das entsprechende Diagramm zeigt Abbildung 9.

Für den Krümmungsradius R_1 liefert QTIPLLOT einen Wert von $15,59 \pm 0,21$ cm.

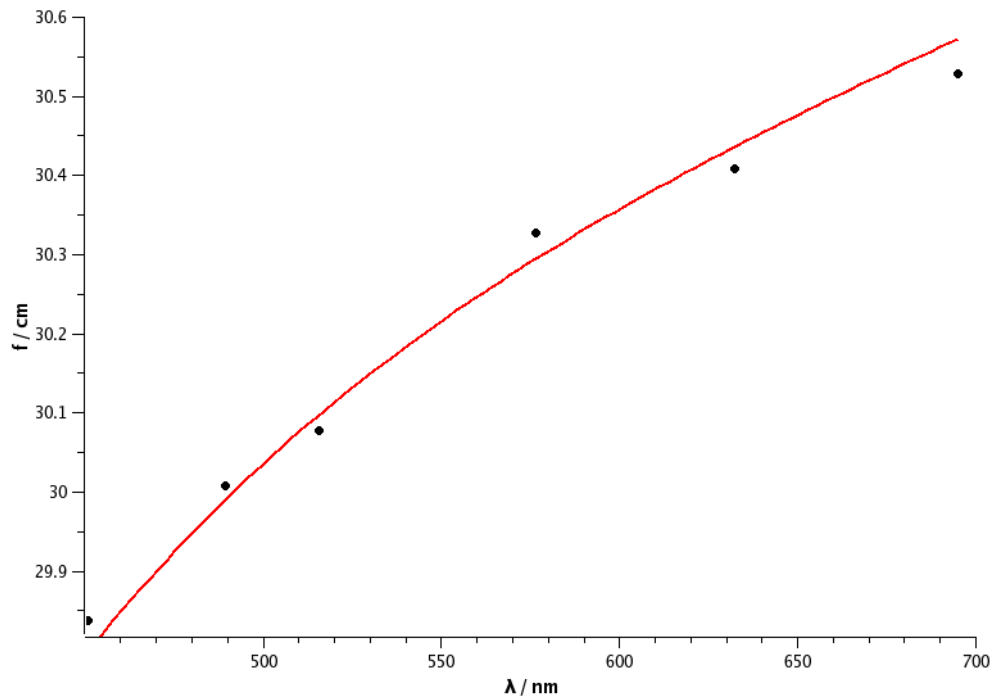


Abb. 9: Brennweite f über verschiedenen Wellenlängen λ sowie nicht-lineare Ausgleichskurve

3.3. Sphärische Aberration

Für diesen Versuchsteil platzieren wir einen Interferenzfilter F zur Minimierung der chromatischen Aberration vor dem Messdia G . Wir setzen nun nacheinander fünf Bleche mit unterschiedlichen kreisringförmigen Öffnungen als Blende B vor die Linse. Für jedes Blech bestimmen wir die Brennweite f nach dem BESSEL-Verfahren. Der mittlere Radius R der Kreisringblenden ist jeweils aufgedruckt. Für die Brennweiten ergibt sich dann:

R / mm	d / cm	f / cm
6,5	$40,1 \pm 0,1$	$30,09 \pm 0,04$
11,5	$40,5 \pm 0,1$	$30,03 \pm 0,04$
16,5	$41,1 \pm 0,1$	$29,94 \pm 0,04$
21,5	$41,9 \pm 0,1$	$29,81 \pm 0,04$
26,5	$42,6 \pm 0,1$	$29,70 \pm 0,04$

Tab. 2: Gemessene Abstände d zwischen zwei Linsenpositionen mit scharfer Abbildung und berechnete Brennweiten f für Kreisringblenden verschiedene Radien R

Wir tragen nun die Brennweite f über dem Quadrat des mittleren Radius R^2 auf und zeichnen eine Ausgleichgerade ein. Das Ergebnis zeigt Abbildung 10. Die Software QTIPLLOT zeigt für

die Ausgleichsgerade eine Steigung von $-0,06 \pm 0,003$ und einen y-Achsenabschnitt von $30,11 \pm 0,01$ an. Theoretisch zu erwarten ist einer Gerade der Form:

$$f(R) \approx f_0 - kR^2$$

Da die Steigung der Ausgleichsgeraden negativ ist, wir als x-Komponente das Quadrat des mittleren Radius R^2 verwendet haben und weil der y-Achsenabschnitt nur geringfügig von der im Versuchsteil 3.1 ermittelten Brennweite f_0 der Linse abweicht, können wir die Geradengleichung für $f(R)$ also durch unsere Versuchsergebnisse bestätigen. Kleinere Abweichungen sind nicht weiter von belang, da die theoretische Geradengleichung ja nur eine Approximation liefert.

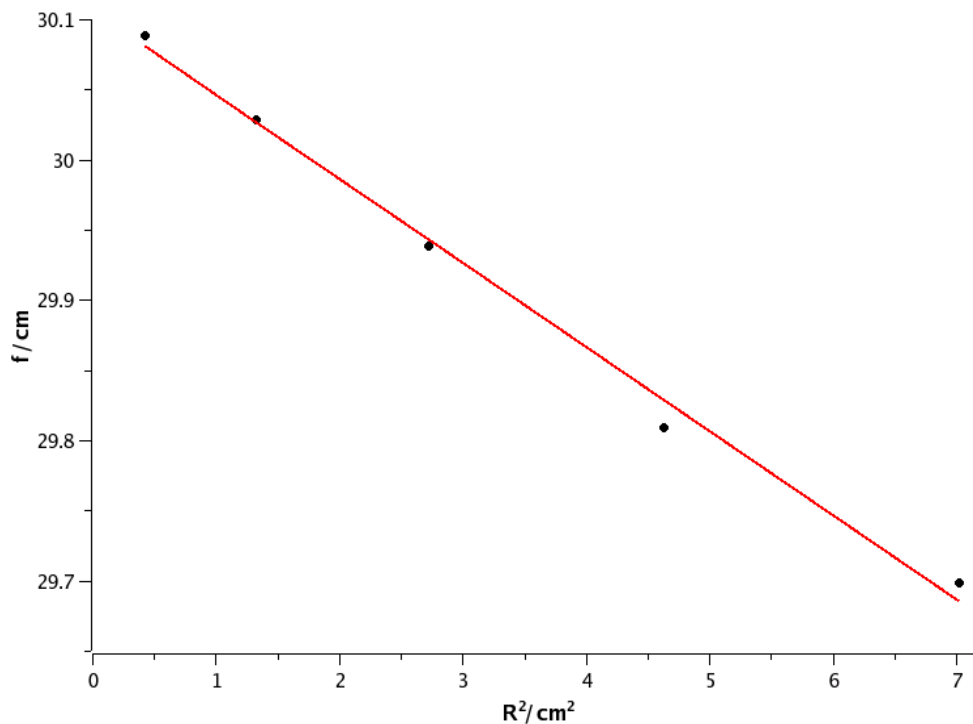


Abb. 10: Brennweite f über dem Quadrat des mittleren Radius verschiedene Kreisringblenden

3.4. Schärfentiefe

Für diesen Versuchsteil verwenden wir wieder einen Interferenzfilter F vor dem Messdia G . Wir bringen die Linse L in diejenige der beiden Positionen mit scharfer Abbildung, in der eine Vergrößerung vorliegt. Für verschiedene Kreisblenden B mit dem Durchmesser D bestimmen wir die Länge $2\Delta b$ des Bereichs, in dem die CCD-Kamera bewegt werden kann,

ohne dass die Abbildung unscharf wird. Dabei konnten wir folgende Ergebnisse erzielen:

D / mm	$2\Delta b / \text{mm}$
10	$9 \pm 0,5$
15	$7 \pm 0,5$
20	$5 \pm 0,5$
25	$3,5 \pm 0,5$
30	$2 \pm 0,5$
35	$1 \pm 0,5$

Tab. 3: Längen $2\Delta b$ für Kreisblenden verschiedene Durchmesser D

Wir tragen nun die Länge des scharfen Bereichs $2\Delta b$ über dem Kehrwert des Durchmessers $1/D$ auf. Das Ergebnis zeigt Abbildung 11.

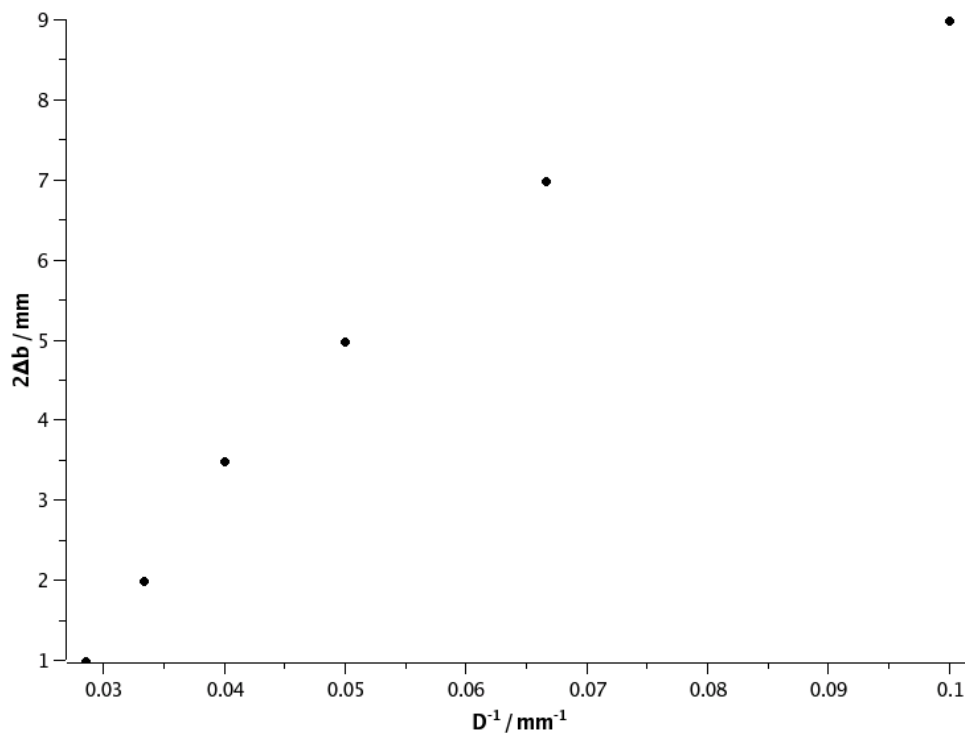


Abb. 11: Länge des scharfen Bereichs $2\Delta b$ über dem Kehrwert des Durchmessers der Kreisblenden

Den Messwerten ist zu entnehmen, dass der Verschiebe-Bereich der Kamera, in dem das Bild scharf bleibt, mit wachsendem Kreisdurchmesser D kleiner wird. Theoretisch erwarten wir folgende Beziehung:

$$\Delta b = \frac{1-M}{Dm}$$

Da die Auflösung m in unserem Falle nicht gegeben ist, können wir für die theoretischen Werte keine quantitativen Aussagen machen. Qualitativ erwarten wir, dass sich Δb umgekehrt proportional zum Durchmesser D verhält. Wir erwarten also eine Gerade, wenn wir Δb über $1/D$ auftragen. Da unsere Messwerte aber relativ stark von einer Geraden abweichen, müssen wir von großen Messungenauigkeiten ausgehen.

3.5. Schwinkelvergrößerung durch eine Lupe

In diesem Versuchsteil werden wir die Schwinkelvergrößerung einer Lupe näher untersuchen. Dazu bestimmen wir zunächst die Brennweite f gemäß dem BESSEL-Verfahren: Für einen Abstand e zwischen dem Messdia G und dem Target T der CCD-Kamera von $73,6 \pm 0,1$ cm haben wir zwischen den beiden Lupenpositionen mit scharfer Abbildung in einem Abstand von $d = 16,6 \pm 0,1$ cm gemessen. Damit ergibt sich eine Brennweite von $f = 17,5 \pm 0,1$ cm. Nun platzieren wir die Lupe in einer entsprechenden Halterung auf einem Tisch und stellen in einem Abstand $g \approx f \approx 17,5$ cm einen Zollstock hinter der Lupe auf. Durch die Lupe hindurch betrachten wir auf dem Zollstock einen Abschnitt der Höhe $h_0 = 0,5 \pm 0,05$ cm. Dabei beträgt der Abstand Auge/Zollstock etwa $d = 25$ cm. Da Bewegungen des Kopfes während des Versuches nichts ausgeschlossen sind, nehmen wir für d den relativ großen Fehler von ± 2 cm an. Damit ergibt sich für den Schwinkel α_0 mit der Lupe:

$$\alpha_0 \approx \frac{h_0}{d} \approx \frac{0,5 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} \approx 0,02$$

Für den Fehler von α_0 gilt gemäß der Fehlerfortpflanzung des Größtfehler:

$$\Delta \alpha_0 = \frac{\Delta h_0}{d} + \frac{h_0}{d^2} \cdot \Delta d = \frac{0,05 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} + \frac{0,5 \text{ cm}}{(25 \text{ cm})^2} \cdot 2 \text{ cm} = 0,004$$

Wir halten also fest: $\alpha_0 = 0,02 \pm 0,004$. Um den Schwinkel ohne Lupe zu bestimmen, ordnen wir einen Schirm in einer Entfernung von $D = 310 \pm 5$ cm zum Auge an. Während ein Versuchsteilnehmer nun mit dem einen Auge durch die Lupe den Abstand h_0 auf dem Zollstock betrachtet und mit dem anderen, entspannten Auge an der Lupe vorbei auf dem

Schirm blickt, lässt er von seinem Partner mit einem Stift zwei Markierungen auf dem Schirm anbringen, die scheinbar den gleichen Abstand voneinander haben wie die Randpunkte des Zollstockabschnitts der Höhe h_0 . Der Abstand beider Markierungen lag in unserem Fall bei $h_1 = 10,5 \pm 0,1$ cm. Damit gilt für den Sehwinkel α_1 ohne Lupe:

$$\alpha_1 \approx \frac{h_1}{D} \approx \frac{10,5 \text{ cm}}{310 \text{ cm}} \approx 0,034$$

Für den Größtffehler von α_1 gilt:

$$\Delta \alpha_1 = \frac{\Delta h_1}{D} + \frac{h_1}{D^2} \cdot \Delta D = \frac{0,1 \text{ cm}}{310 \text{ cm}} + \frac{10,5 \text{ cm}}{(310 \text{ cm})^2} \cdot 5 \text{ cm} \approx 0,001$$

Wir halten also fest: $\alpha_1 = 0,034 \pm 0,001$. Nun können wir wie folgt die Schwinkelvergrößerung M_s bestimmen:

$$M_s = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{0,034}{0,02} = 1,7$$

Für den Fehler der Schwinkelvergrößerung gilt gemäß Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta M_s = \frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_0} + \frac{\alpha_1}{\alpha_0^2} \cdot \Delta \alpha_0 = \frac{0,001}{0,02} + \frac{0,034}{(0,02)^2} \cdot 0,004 = 0,39$$

Für die gemessene Schwinkelvergrößerung halten wir also fest: $M_s = 1,7 \pm 0,39$. Wir wollen unseren experimentell ermittelten Wert nun mit dem theoretischen Wert vergleichen. Zur Bestimmung des Erwartungswertes $M_{s;theo}$ benutzen wir folgende Berechnungsvorschrift, die eine approximierte Aussage über die Schwinkelvergrößerung eines Durchschnittsauges macht:

$$M_{s;theo} \approx \frac{25 \text{ cm}}{f} \approx \frac{25 \text{ cm}}{17,5 \text{ cm}} \approx 1,42$$

Unter Berücksichtigung der relativ großen Fehler liegt der Erwartungsgemäß somit im von uns angegebenen Messwertbereich. Unser Experiment bestätigt damit die verwendete Formel.

3.6. Schwinkelvergrößerung mit einem Fernrohr

In ähnlicher Weise wie im vorhergehenden Versuchsteil wollen wir nun die Schwinkelvergrößerung eines Fernrohres bestimmen. Dazu bauen wir zwei Linsen der Brennweiten $f_1 = 100 \pm 1 \text{ cm}$ und $f_2 = 10 \pm 0,1 \text{ cm}$ auf einer Dreieckschiene zu einem Fernrohr auf. Die erforderliche Justage wurde von der technischen Assistenz durchgeführt. Wir betrachten nun in großer Entfernung einen Gegenstand in der Umgebung, indem wir aus dem Laborfenster schauen. Zunächst messen wir den Schwnkel α_0 ohne Fernrohr. Dazu betrachtet ein Versuchsteilnehmer den Gegenstand mit bloßem Auge und lässt seinen Partner zwei Makierungen im scheinbaren Abstand zweier markanter Punkte P_1 und P_2 des Gegenstandes auf dem Fenster anbringen. Der Abstand der Makierungen ohne Fernrohr betrug in unserem Fall $h_0 = 3,4 \pm 0,2 \text{ cm}$. Der Abstand vom Auge zur Fensterscheibe betrug $d = 390 \pm 5 \text{ cm}$. Damit gilt für den Schwinkel α_0 :

$$\alpha_0 \approx \frac{h_0}{d} \approx \frac{3,4 \text{ cm}}{390 \text{ cm}} \approx 0,009$$

Für den Fehler von α_0 gilt gemäß Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta \alpha_0 = \frac{\Delta h_0}{d} + \frac{h_0}{d^2} \cdot \Delta d = \frac{0,2 \text{ cm}}{390 \text{ cm}} + \frac{3,4 \text{ cm}}{(390 \text{ cm})^2} \cdot 5 \text{ cm} \approx 0,001$$

Wir halten also als Schwinkel ohne Fernrohr fest: $\alpha_0 = 0,009 \pm 0,001$. Nun blickt der Versuchsteilnehmer mit einem Auge durch das Fernrohr und mit dem anderen an ihm vorbei auf die Fensterscheibe. Er lässt seinen Partnet zwei neue Markierungen an der Scheibe anbringen, die scheinbar den selben Abstand voneinander haben, wie die durch das Fernrohr betrachteten markanten Punkte P_1 und P_2 des beobachteten Objektes. Hier betrug der Abstand zwischen beiden Markierungen $h_1 = 7 \pm 0,2 \text{ cm}$. Der Abstand Auge/Fenster war wie oben $d = 390 \pm 5 \text{ cm}$. Damit gilt für den Schwinkel α_1 mit Fernrohr:

$$\alpha_1 \approx \frac{h_1}{d} \approx \frac{7 \text{ cm}}{390 \text{ cm}} \approx 0,018$$

Für den Fehler von α_1 gilt gemäß Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta \alpha_1 = \frac{\Delta h_1}{d} + \frac{h_1}{d^2} \cdot \Delta d = \frac{0,2 \text{ cm}}{390 \text{ cm}} + \frac{7 \text{ cm}}{(390 \text{ cm})^2} \cdot 5 \text{ cm} \approx 0,001$$

Wir halten also als Sehwinkel mit Fernrohr fest: $\alpha_1 = 0,018 \pm 0,001$. Nun können wir wie bei der Lupe die Sehwinkelvergrößerung unserer Messwerte bestimmen:

$$M_s = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{0,018}{0,009} = 5$$

Für den Fehler der Sehwinkelvergrößerung gilt gemäß Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta M_s = \frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_0} + \frac{\alpha_1}{\alpha_0^2} \cdot \Delta \alpha_0 = \frac{0,001}{0,009} + \frac{0,018}{(0,009)^2} \cdot 0,001 = 0,33$$

Somit können wir als Messwert für die Sehwinkelvergrößerung festhalten: $M_s = 5 \pm 0,33$.

Zum Vergleich mit dem Erwartungswert $M_{s,theo}$ benutzen wir:

$$M_{s,theo} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{100\text{ cm}}{10\text{ cm}} = 10$$

Unser Messwert für M_s weicht also stark von dem Erwartungswert ab. Dies kann nicht allein durch den fehlerbehafteten Aufbau erklärt werden. Hier muss vielmehr ein systematischer, nicht mehr reproduzierbarer Messfehler vorliegen. Daher kann unser Experiment leider keine Aussage über die Gültigkeit der Formel für den Erwartungswert machen.

4. Anhang

4.1. Literatur

- [1] Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, CvO Universität Oldenburg, Institut für Physik, Oktober 2005
- [2] dtv-Atlas Physik, Band 1, Deutscher Taschenbuch Verlag, 7. Auflage, August 2004

4.2. Abbildungsnachweis

- **Abb. 1:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 2:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 3:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 4:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 5:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 6:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 7:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]
- **Abb. 8:**
Skript zum Anfängerpraktikum Physik II, siehe [1]