

# PROTOKOLL ZUM ANFÄNGERPRAKTIKUM PHYSIK

## Operationsverstärker

Sebastian Finkel  
Sebastian Wilken

Versuchsdurchführung:  
**3. Mai 2006**

## **0. Inhalt**

### **1. Einleitung**

### **2. Theoretischer Teil**

- 2.1. Mit- und Gegenkopplung
- 2.2. Invertierender Verstärker
- 2.3. Nicht-invertierender Verstärker
- 2.4. Integrator (invertierend)
- 2.5. Differentiator (invertierend)

### **3. Praktischer Teil**

- 3.1. Frequenzgang des invertierenden Verstärkers
- 3.2. Funktionsweise und Frequenzgang eines Integrators
- 3.3. Funktionsweise und Frequenzgang eines Differentiators

### **4. Anhang**

- 4.1. Literatur
- 4.2. Abbildungsnachweis

### **5. Anlage**

# 1. Einleitung

In diesem Versuch wollen wir den Operationsverstärker näher kennenlernen. Dabei interessiert uns weniger der detaillierte Aufbau dieses Bauteils, sondern vielmehr seine Wirkung und die damit verbundenen Schaltungsvarianten und Einsatzbereiche. Daher werden wir den Operationsverstärker als „Black Box“ wahrnehmen. Im Praktischen Teil des Versuchs werden wir uns mit dem Einsatz des Operationsverstärkers als invertierender Verstärker, als Integrator und als Differentiator beschäftigen.

# 2. Theoretischer Teil

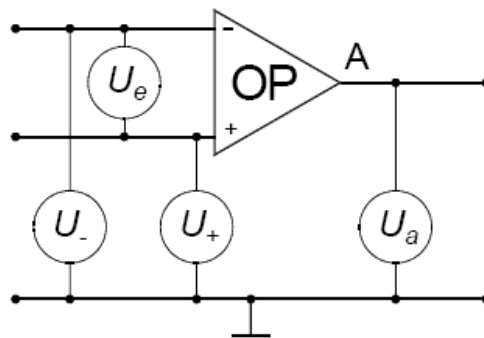


Abb. 1: Schaltsymbol eines Operationsverstärkers.

Abbildung 1 zeigt das Schaltsymbol für einen Operationsverstärker OP. Wir erkennen dort einen „plus“-Eingang sowie einen „minus“-Eingang, sowie den Ausgang  $A$ . Der OP verstärkt die Eingangsspannungsdifferenz

$$(1) \quad U_e = U_+ - U_-$$

mit einem Leerlaufverstärkungsfaktor  $V_0 > 0$ . Damit gilt für die Ausgangsspannung  $U_a$ :

$$(2) \quad U_a = V_0 U_e = V_0 (U_+ - U_-)$$

Also gilt für diesen Fall:

$$(3) \quad U_- = 0V \rightarrow U_a = V_0 U_+$$

Wir haben hier also den Fall, dass die Eingangsspannung  $U_+$  und die Ausgangsspannung  $U_a$  in

Phase sind. Aus diesem Grund bezeichnet man den „plus“-Eingang auch als *nicht-invertierenden* Eingang. Dagegen ist jedoch die Eingangsspannung  $U_-$  gegenüber der Ausgangsspannung  $U_a$  in Gegenphase, weshalb man den „minus“-Eingang auch als *invertierenden* Eingang bezeichnet. Es gilt daher also:

$$(4) \quad U_+ = 0V \rightarrow U_a = -V_0 U_-$$

Ein idealer OP hat eine unendlich große Leerlaufverstärkung, einen unendlichen großen Eingangswiderstand, einen Ausgangswiderstand gegen Null und eine frequenzunabhängige Verstärkung. In der Realität ist dies jedoch nicht so. Tabelle 1 zeigt den Vergleich zwischen idealen und realen Kennwerten eines Operationsverstärkers.

|   | idealer OP                 | realer OP   |
|---|----------------------------|---|
| Leerlaufverstärkung                           | $V_0 \rightarrow \infty$   | $V_0 \approx 10^5 - 10^7$                           |
| Eingangswiderstand                            | $R_i \rightarrow \infty$   | $R_i > 1 \text{ M}\Omega$                           |
| Ausgangswiderstand                            | $R_a \rightarrow 0$        | $R_a \approx 10 \text{ }\Omega - 1 \text{ k}\Omega$ |
| Verstärkungs-Bandbreite-Produkt (s. Kap. 2.2) | $\nu_T \rightarrow \infty$ | $\nu_T \approx (0,5-10) \text{ MHz}$                |

**Tab. 1:** Typische Kennwerte eines idealen und eines einfachen realen OP.

## 2.1. Mit- und Gegenkopplung

Wegen der großen Leerlaufverstärkung kann man einen OP nicht ohne äußere Beschaltung verwenden, da sonst schon kleine Eingangsspannungsdifferenzen im  $\mu\text{V}$ - und  $\text{mV}$ -Bereich zum Erreichen der maximalen Ausgangsspannung führen würden. Deswegen führt man einen Teil des Ausgangssignals an den invertierenden Eingang zurück. Bei dieser so genannten Gegenkopplung wirkt eine Änderung der Ausgangsspannung einer Änderung der Eingangsspannungsdifferenz entgegen. So stellt sich sofort eine stabile Ausgangsspannung an.

Andersrum können wir auch die Ausgangsspannung auf den nicht invertierenden Eingang rückkoppeln. Dann erhalten wir die Mitkopplung, wobei dann die Ausgangsspannung immer weiter ansteigt (oder absinkt) und wir in sehr kurzer Zeit einen Extremwert erhalten und der OP übersteuert wäre.

## 2.2. Invertierender Verstärker

In Abbildung 2 sehen wir eine einfache Gegenkopplungsschaltung eines OP. Wir geben eine Klemmenspannung  $U_1$  über den Widerstand  $R_1$  auf den invertierenden Eingang, auf den wir gleichzeitig über den Widerstand  $R_2$  die Ausgangsspannung  $U_2$  zurückkoppeln.

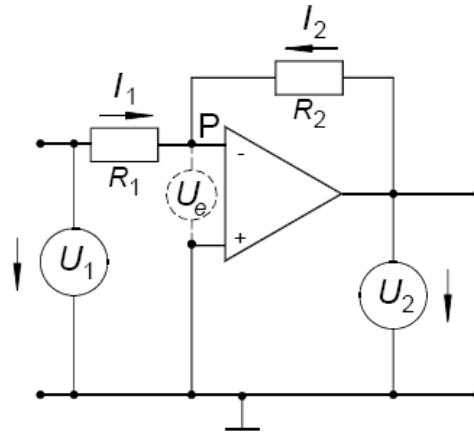


Abb. 2: Invertierender Verstärker.

Wegen des sehr großen Eingangswiderstands können wir sagen, dass eigentlich kein Strom in den OP fließt und wir erhalten dann mit der Knotenregel:

$$(5) \quad I_1 + I_2 = 0$$

Wir betrachten nun die Rückkopplung einmal etwas genauer, also praktisch in Zeitlupe. Zu Beginn sind alle Spannungen gleich Null und wir legen nun eine positive Klemmenspannung  $U_1$  an. Da  $U_2$  noch Null ist, bewirkt dies ein Ansteigen der Eingangsspannung  $U_e$ , da  $U_+$  an Masse anliegt. Daher gilt nach Gleichung 1  $U_e = -U$ . Diese Spannung wird nun verstärkt und erzeugt eine negative Ausgangsspannung  $U_2$ , die durch die Rückkopplung die Eingangsspannung  $U_e$  verringert. Dies hat wiederum eine veränderte Ausgangsspannung zur Folge, die auch wieder auf die veränderte Eingangsspannung rückwirkt. Es ändert sich also solange die Ausgangsspannung, bis die Eingangsspannungsdifferenz  $U_e$  den Wert 0 V erreicht. Nun liegt also der invertierende Eingang des OP nahezu auf dem gleichen Potenzial wie der nicht-invertierende Eingang, also auf Masse. Daraus folgt, dass fast die gesamte Klemmenspannung  $U_1$  nun über  $R_1$  abfällt und die Ausgangsspannung  $U_2$  fast komplett über  $R_2$ , so dass wir schreiben können:

$$(6) \quad U_1 = R_1 I_1$$

$$(7) \quad U_2 = R_2 I_2$$

Nutzen wir das Ergebnis aus Gleichung 5 und lösen die beiden obigen Gleichungen nach  $I_1$  und  $I_2$  auf, erhalten wir:

$$(8) \quad U_2 = -U_1 \frac{R_2}{R_1}$$

Für die Klemmenverstärkung  $V$  erhält dann also:

$$(9) \quad V = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{bzw.} \quad |V| = \frac{R_2}{R_1}$$

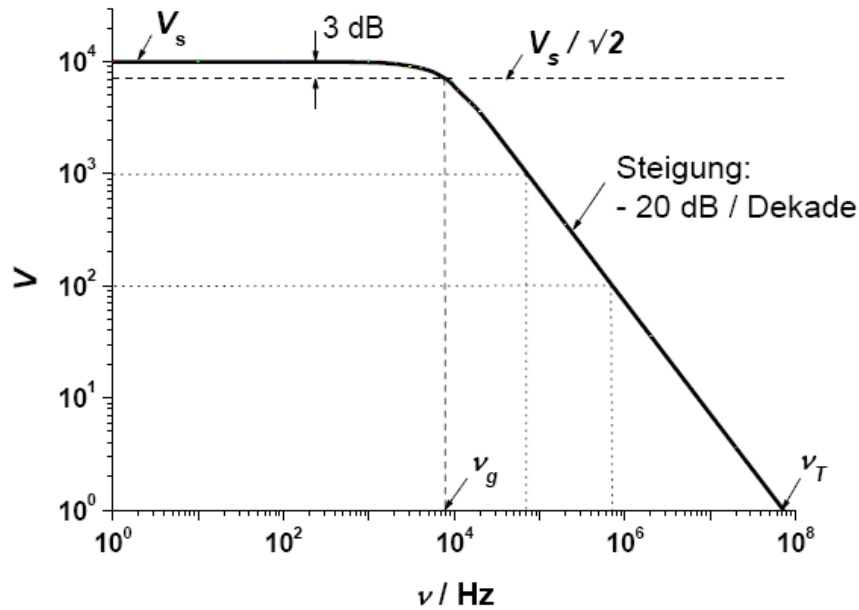
Für Wechselspannungen ist  $V$  als das Verhältnis der Spannungsamplituden definiert:

$$(10) \quad V = \frac{U_{20}}{U_{10}} = \frac{R_2}{R_1}$$

Wir haben nun gesehen, dass bei dieser Art der Beschaltung die Klemmspannung im Verhältnis der Widerstände verstärkt und das Signal dabei invertiert wird. Weiterhin können wir dadurch, dass der invertierende Eingang der Schaltung praktisch auf Masse liegt, schließen, dass der Eingangswiderstand nun durch  $R_1$  gegeben ist und dadurch in der Regel wesentlich kleiner ist, als der Eingangswiderstand eines ideal OP.

Anhand von Gleichung 9 und 10 sehen wir, dass der Verstärkungsfaktor eigentlich nur von den angebrachten Widerständen  $R_1$  und  $R_2$  abhängen sollte. In der Realität ist er jedoch auch frequenzabhängig. Eine durch die jeweilige Beschaltung gegebene Sollverstärkung  $V_S$  ist nur in niedrigen Frequenzen konstant und nimmt bis zu einer Frequenz  $\nu_g$  um den Faktor  $V_S/\sqrt{2}$  ab. Dies entspricht etwa einer 3dB-Absenkung. Aus diesem Grund nennt man  $\nu_g$  auch 3dB-Grenzfrequenz. Diese ändert sich je nach Sollverstärkung. Wir erhalten dadurch eine Konstante, die man die Verstärkungs-Bandbreite nennt:

$$(11) \quad \nu_T = V_S \nu_g \quad [\nu_T] = \text{Hz}$$

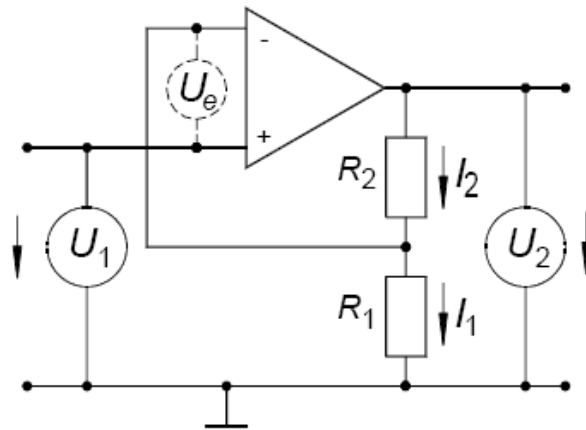


**Abb. 3:** Frequenzgang des Verstärkungsfaktors  $V$  eines realen OP.

Erhöht man also bei identischer Beschaltung des OP die Frequenz über die 3dB-Grenzfrequenz hinaus, so fällt die reale Verstärkung  $V$  um den selben Faktor, um den Frequenz zunimmt. Trägt man Messwerte wie oben in Abbildung 3 doppelt-logarithmisch auf, erhält man eine dann eine Gerade mit der Steigung -1. Dies entspricht -6dB/Oktave oder -20dB/Dekade. Erreicht man schließlich die Frequenz  $\nu_T$ , ist  $V$  auf 1 abgesunken und wir haben keine Verstärkung mehr. Diese Frequenz nennt man dann Transitfrequenz des OP.

### 2.3. Nicht-invertierender Verstärker

Wir realisieren bei unserem nächsten Aufbau eine Schaltung, wie sie in Abbildung 4 zu sehen ist. Wir dürfen also nicht einfach „+“ und „-“ vertauschen, da wir dadurch eine unerwünschte Mitkopplung erreichen würden.



**Abb. 4:** Nicht-invertierender Verstärker.

Wir überlegen uns analog zum invertierenden Verstärker, dass wieder so gut wie kein Strom fließt und dadurch der Strom  $I_2$  durch  $R_2$  gleich dem Strom  $I_1$  durch  $R_1$  ist. Somit folgt:

$$(12) \quad U_2 = I_1(R_1 + R_2)$$

Erneut gilt, dass durch die Rückkopplung  $U_e \approx 0 \text{ V}$ , also  $U_- \approx U_+$  und somit  $U_- \approx U_1$ . Mit Hilfe der Maschenregel erhalten wir:

$$(13) \quad U_1 = R_1 I_1$$

Kombinieren wir Gleichung 13 und 14 erhalten wir:

$$(14) \quad U_2 = \frac{U_1}{I_1}(R_1 + R_2)$$

Somit erhalten wir dann als Klemmenverstärkung:

$$(15) \quad V = \frac{U_2}{U_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Wir sehen also, dass die Klemmenspannung verstärkt, aber nicht invertiert wird. Aber da das Eingangssignal diesmal direkt am nicht invertierenden Eingang des OP anliegt, haben wir auch hier einen hohen Eingangswiderstand.

## 2.4. Integrator (invertierend)

Wir wollen nun die Integration von Spannungen durchführen. Dazu verwenden wir eine Schaltung gemäß Abbildung 5.

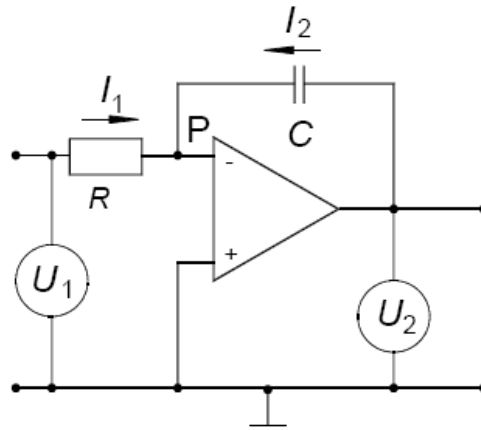


Abb. 5: Integrator.

Gehen wir wie vorher davon aus, dass in den OP so gut wie kein Strom fließt, ergibt sich für den Punkt  $P$  durch die Knotenregel:

$$(16) \quad I_1 + I_2 = 0$$

Für den Strom über dem Widerstand gilt:

$$(17) \quad I_1 = \frac{U_1}{R_1}$$

Und für den Strom am Kondensator:

$$(18) \quad I_2 = C \frac{dU_2}{dt}$$

Aus der Kombination von Gleichung 17 und 18 erhalten wir dann:

$$(19) \quad \frac{dU_2}{dt} = -\frac{1}{RC} U_1$$

Integrieren wir nun noch über die Zeit, so folgt:

$$(20) \quad U_2 = -\frac{1}{RC} \int U_1 dt + U_0$$

Wobei hier  $U_0$  die Spannung zur Zeit  $t = 0$  ist. Wir können uns nun für den Spezialfall einer sinusförmigen Wechselspannung mit der Frequenz  $\nu$  und der Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi\nu$  folgendes überlegen:

$$(21) \quad U_1 = U_{10} \sin \omega t$$

So erhalten wir nun als Ausgangsspannung:

$$(22) \quad U_2 = \frac{U_{10}}{\omega RC} \cos \omega t = U_{20} \cos \omega t \quad \text{mit} \quad U_{20} = \frac{U_{10}}{\omega RC}$$

Für die Klemmenverstärkung  $V$  erhalten wir in diesem Fall das Verhältnis der Spannungsamplituden:

$$(23) \quad |V| = \left| \frac{U_{20}}{U_{10}} \right| = \frac{1}{\omega RC}$$

$V$  heißt hier Frequenzgang oder Amplitudenübertragungsfunktion und ist umgekehrt proportional zur Kreisfrequenz  $\omega$ . Weiterhin gilt auch, dass das Signal am Ausgang gegenüber dem Eingangssignal um  $90^\circ$  phasenverschoben ist; die Ausgangsspannung  $U_2$  eilt  $U_1$  voraus. Diese Schaltung bildet auch gleichzeitig einen Tiefpass. Der Widerstand verhält sich wie in Reihe geschaltet und der Kondensator wie parallel geschaltet. Dies gestaltet sich analog zur Abbildung 1 auf Seite 133 in [1] (vgl. Frage 1).

## 2.5. Differentiator (invertierend)

Wir sehen in Abbildung 6 eine Schaltung mit der wir Spannungen differenzieren können.

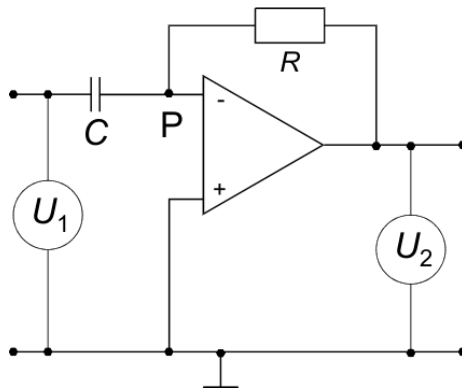


Abb. 6: Differentiator.

Wir überlegen uns, dass im Punkt  $P$  erneut gelten muss:

$$(24) \quad I_1 + I_2 = 0$$

Für den Strom über den Kondensator folgern wir dann:

$$(25) \quad I_1 = C \frac{dU_1}{dt}$$

Und für den Strom am Widerstand erhalten wir analog zur Integratorschaltung:

$$(26) \quad I_2 = \frac{U_2}{R}$$

Kombinieren wir nun beide Formeln erhalten wir schließlich:

$$(27) \quad U_2 = -RC \frac{dU_1}{dt}$$

Betrachten wir nun erneut den Sonderfall einer sinusförmigen Wechselspannung, so erhalten wir für die Klemmenverstärkung  $V$ :

$$(28) \quad |V| = \omega RC$$

Wir haben hier analog zur Abbildung 2 auf Seite 133 in [1] einen Hochpass vorliegen, also einen in Reihe geschalteten Kondensator und einen Parallelen ohmschen Widerstand (vgl. Frage 3).

### 3. Praktischer Teil

Für die Durchführung der einzelnen Teilversuche verwenden wir einen Operationsverstärker 741 bzw. 941 auf einer Steckplatine sowie dazu passende Steckwiderstände und -kondensatoren. Die Betriebsspannung von  $\pm 12$  V lassen wir von einem Netzteil erzeugen.

#### 3.1. Frequenzgang des invertierenden Verstärkers

In diesem Versuchsteil wollen wir das Frequenzverhalten eines invertierenden Verstärkers untersuchen. Dazu benutzen wir eine Schaltung gemäß Abbildung 2. Als Klemmenspannung  $U_I$  verwenden wir eine sinusförmige Wechselspannung mit einer Amplitude von 50 mV und einem DC-Offset von 0 V. Die Frequenz  $\nu$  der Klemmenspannung werden wir im Laufe des Versuches variieren, um die Abhängigkeit des Verstärkungsfaktors  $V$  von dieser Frequenz zu untersuchen.

Zunächst messen wir die bereitliegenden Widerstände mit Hilfe eines Multimeters aus. Das Multimeter hat laut Herstellerangabe einen Anzeigefehler von  $\pm 1\%$ . Wir wählen nun für unsere Schaltungen einen Eingangswiderstand von  $R_I = 1 \text{ k}\Omega$ . Für den Rückkopplungswiderstand  $R_2$  nehmen wir in Abhängigkeit von der Frequenz der Klemmenspannung folgende Widerstände:

- $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$  (gemessen: 100,1 k $\Omega$ ) für  $0 \leq \nu \leq 20 \text{ kHz}$
- $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$  (gemessen: 9,87 k $\Omega$ ) für  $0 \leq \nu \leq 300 \text{ kHz}$
- $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$  (gemessen: 1,99 k $\Omega$ ) für  $0 \leq \nu \leq 1000 \text{ kHz}$

Zur automatischen Variation der Frequenz  $\nu$  in den oben angegebenen Bereichen verwenden wir die Sweep-Funktion des Funktionsgenerators AGILENT 33120A. Dazu geben wir den Anfangswert  $\nu_a$  und den Endwert  $\nu_e$  ein. Der Funktionsgenerator erhöht nun automatisch die Frequenz linear zwischen den eingestellten Werten. Das dabei entstehende Signal wird als *Frequenz-Sweep* bezeichnet, der Vorgang selbst als *wobbeln*. Zur Auswertung des Versuchs geben wir das Ausgangssignal des Funktionsgenerators und das Ausgangssignal des Operationsverstärkers auf die beiden Eingänge eines Digital-Speicheroszilloskops. Auf dem Bildschirm des Oszilloskops werden nun beide Signale zugleich dargestellt. Wir stellen die Zeitablenkung so ein, dass genau ein Frequenz-Sweep auf dem Bildschirm dargestellt wird. In dieser Einstellung sind die einzelnen Perioden der Spannungsverläufe zwar teilweise nicht mehr zu unterscheiden, es wird aber deutlich die Einhüllende beider Signale angezeigt, was uns zur Auswertung genügt. Um Aliasing-Effekte bei der Darstellung zu vermeiden, wählen wir im Menü des Oszilloskops zusätzlich die Funktion „Erfassung  $\rightarrow$  Spitzenwert“ aus. Dadurch verzichtet das Oszilloskop nun gänzlich auf die

Darstellung einzelner Perioden und zeigt nur noch die Einhüllende der beiden Signale an. Wir können nun mit Hilfe der Cursor am Oszilloskops Spannungswerte für verschiedene Frequenzen ablesen. Dazu lesen wir statt der Frequenz zunächst eine Zeit  $t$  in ms ab. Um die Zeiten in Frequenzen umzuwandeln, machen wir uns zu nutze, dass sich die Frequenzen (a) linear vergrößern und (b) jeweils bei 0 kHz beginnen. Da wir jeweils 20 Messwerte aufgenommen haben, müssen wir einfach die jeweilige Endfrequenz (20 kHz, 300 kHz und 1000 kHz) in 20 gleiche Teile aufteilen. Für jeden Wert von  $R_2$  berechnen wir anschließend die Klemmenverstärkung  $V$ . Für die Berechnung von  $V$  verwenden wir folgende Formel:

$$|V| = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_2}{50 \text{ mV}} = \frac{U_2}{0,05 \text{ V}}$$

Der Fehler für die Werte von  $U_2$  hängt von der Ablesegenauigkeit am Oszilloskop ab. Wir nehmen bei  $R_2 = 100,1 \text{ k}\Omega$  und  $R_2 = 9,81 \text{ k}\Omega$  einen Größtfehler von  $\pm 0,02 \text{ V}$  an. Bei  $R_2 = 1,99 \text{ k}\Omega$  können wir aufgrund einer feineren Skaleneinteilung am Oszilloskop von  $\pm 0,002 \text{ V}$  ausgehen. Für die Spannung  $U_1$  legen wir einen Größtfehler von  $\pm 5 \cdot 10^{-7} \text{ V}$  fest. Für den Größtfehler von  $V$  gilt dann gemäß der Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta V = \left| \frac{\partial V}{\partial U_2} \right| \cdot \Delta U_2 + \left| \frac{\partial V}{\partial U_1} \right| \cdot \Delta U_1 = \frac{\Delta U_2}{U_1} + \frac{U_2 \cdot \Delta U_1}{U_1^2}$$

Aufgrund des vergleichsweise minimalen Fehlers von  $U_1$  genügt es, den ersten Summanden zu betrachten. Dann ergibt sich unter Berücksichtigung der verschiedenen Fehler von  $U_2$  je nach Widerstand  $R_2$ :

$$\Delta V_{100,1 \text{ k}\Omega, 9,87 \text{ k}\Omega} = \frac{0,02 \text{ V}}{0,05 \text{ V}} = 0,4 \quad \Delta V_{1,99 \text{ k}\Omega} = \frac{0,002 \text{ V}}{0,05 \text{ V}} = 0,04$$

Die folgende Tabelle zeigt nun unsere Messwerte und die daraus berechneten Größen.

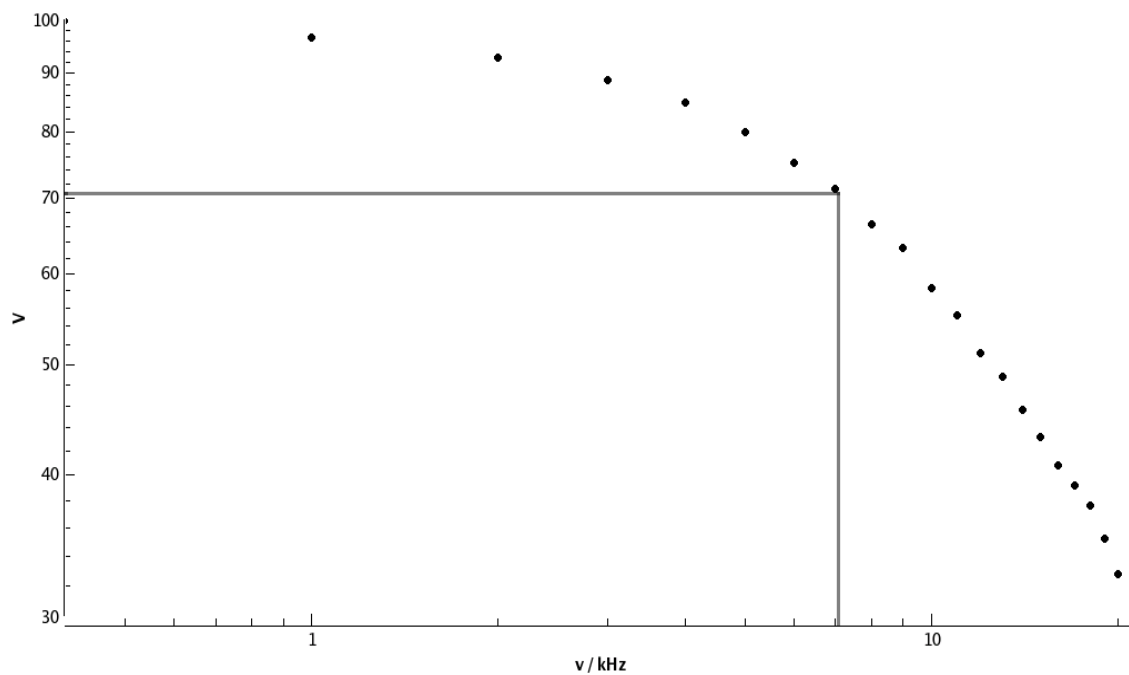
| <b>R<sub>2</sub> = 100,1 kΩ</b> |       |                   |      | <b>R<sub>2</sub> = 9,87 kΩ</b> |       |                   |     | <b>R<sub>2</sub> = 1,99 kΩ</b> |       |                   |      |
|---------------------------------|-------|-------------------|------|--------------------------------|-------|-------------------|-----|--------------------------------|-------|-------------------|------|
| t/ms                            | ν/kHz | U <sub>2</sub> /V | V    | t/ms                           | ν/kHz | U <sub>2</sub> /V | V   | t/ms                           | ν/kHz | U <sub>2</sub> /V | V    |
| 0                               | 0     | 5,00              | 100  | 0                              | 0     | 0,48              | 9,6 | 0                              | 0     | 0,094             | 1,88 |
| 2,5                             | 1     | 4,85              | 96,8 | 2,5                            | 15    | 0,46              | 9,2 | 2,5                            | 50    | 0,091             | 1,82 |
| 5,0                             | 2     | 4,64              | 92,8 | 5,0                            | 30    | 0,42              | 8,4 | 5,0                            | 100   | 0,088             | 1,76 |
| 7,5                             | 3     | 4,44              | 88,8 | 7,5                            | 45    | 0,39              | 7,8 | 7,5                            | 150   | 0,083             | 1,66 |
| 10,0                            | 4     | 4,24              | 84,8 | 10,0                           | 60    | 0,36              | 7,2 | 10,0                           | 200   | 0,078             | 1,56 |
| 12,5                            | 5     | 4,00              | 80,0 | 12,5                           | 75    | 0,33              | 6,6 | 12,5                           | 250   | 0,074             | 1,48 |
| 15,0                            | 6     | 3,76              | 75,2 | 15,0                           | 90    | 0,30              | 6,0 | 15,0                           | 300   | 0,069             | 1,38 |
| 17,5                            | 7     | 3,56              | 71,2 | 17,5                           | 105   | 0,27              | 5,4 | 17,5                           | 350   | 0,063             | 1,26 |
| 20,0                            | 8     | 3,32              | 66,4 | 20,0                           | 120   | 0,25              | 5,0 | 20,0                           | 400   | 0,058             | 1,16 |
| 22,5                            | 9     | 3,16              | 63,2 | 22,5                           | 135   | 0,22              | 4,4 | 22,5                           | 450   | 0,054             | 1,08 |
| 25,0                            | 10    | 2,92              | 58,4 | 25,0                           | 150   | 0,21              | 4,2 | 25,0                           | 500   | 0,050             | 1,00 |
| 27,5                            | 11    | 2,76              | 55,2 | 27,5                           | 165   | 0,19              | 3,8 | 27,5                           | 550   | 0,047             | 0,94 |
| 30,0                            | 12    | 2,56              | 51,2 | 30,0                           | 180   | 0,17              | 3,4 | 30,0                           | 600   | 0,044             | 0,88 |
| 32,5                            | 13    | 2,44              | 48,8 | 32,5                           | 195   | 0,16              | 3,2 | 32,5                           | 650   | 0,042             | 0,84 |
| 35,0                            | 14    | 2,28              | 45,6 | 35,0                           | 210   | 0,15              | 3,0 | 35,0                           | 700   | 0,039             | 0,78 |
| 37,5                            | 15    | 2,16              | 43,2 | 37,5                           | 225   | 0,14              | 2,8 | 37,5                           | 750   | 0,037             | 0,74 |
| 40,0                            | 16    | 2,04              | 40,8 | 40,0                           | 240   | 0,13              | 2,6 | 40,0                           | 800   | 0,034             | 0,68 |
| 42,5                            | 17    | 1,96              | 39,2 | 42,5                           | 255   | 0,13              | 2,6 | 42,5                           | 850   | 0,034             | 0,68 |
| 45,0                            | 18    | 1,88              | 37,6 | 45,0                           | 270   | 0,12              | 2,4 | 45,0                           | 900   | 0,032             | 0,64 |
| 47,5                            | 19    | 1,76              | 35,2 | 47,5                           | 285   | 0,11              | 2,2 | 47,5                           | 950   | 0,030             | 0,60 |
| 50,0                            | 20    | 1,64              | 32,8 | 50,0                           | 300   | 0,10              | 2,0 | 50,0                           | 1000  | 0,030             | 0,60 |

**Tab. 2:** Gemessene und berechnete Werte für  $t$ ,  $\nu$ ,  $U_2$  und  $V$  für verschiedene Widerstände  $R_2$

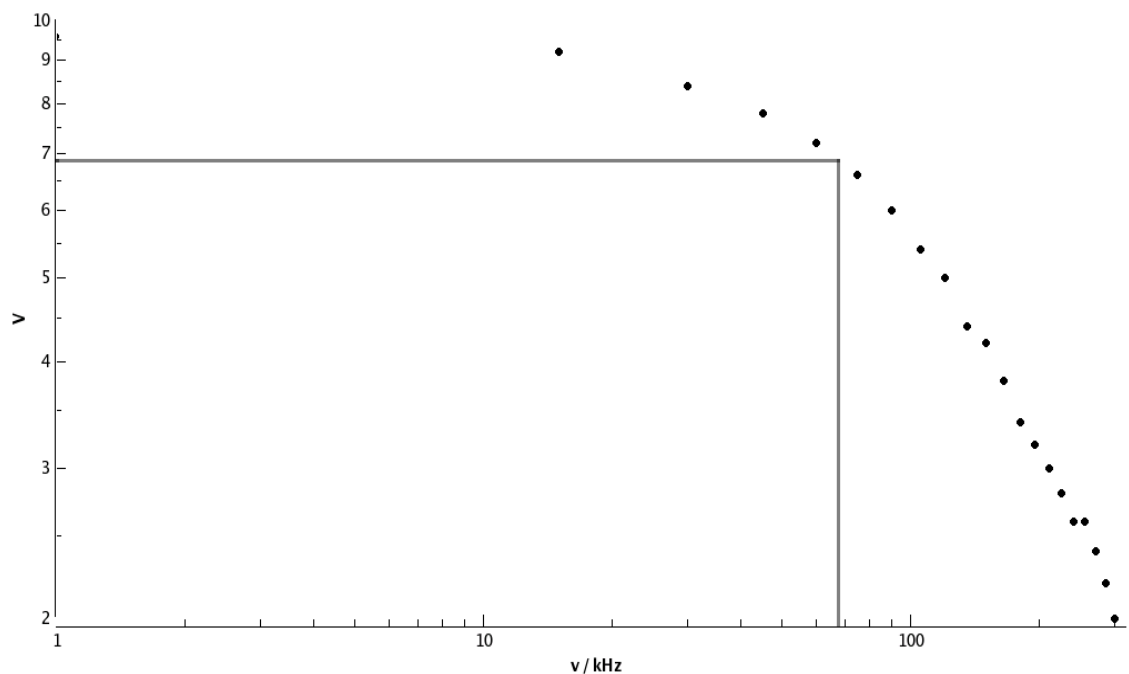
Wir tragen nun für alle drei Widerstände  $R_2$  die Klemmenverstärkung  $V$  doppelt-logarithmisch über der Frequenz  $\nu$  auf. Dann zeichnen wir eine Ausgleichskurve ein und bestimmen auf grafischen Wege die 3 dB-Grundfrequenz  $\nu_g$ , bei der die Klemmenverstärkung  $V$  auf den  $1/\sqrt{2}$ -fachen Wert ihres Sollwertes bei  $\nu \approx 0$  Hz abgefallen ist. Aus der oben angegebenen Tabelle können wir die Sollwerte entnehmen:

- $R_2 = 100,1$  kΩ: Sollwert: 100;  $1/\sqrt{2}$ -facher Sollwert: 70,71
- $R_2 = 9,87$  kΩ: Sollwert: 9,6;  $1/\sqrt{2}$ -facher Sollwert: 6,79
- $R_2 = 1,99$  kΩ: Sollwert: 1,88;  $1/\sqrt{2}$ -facher Sollwert: 1,33

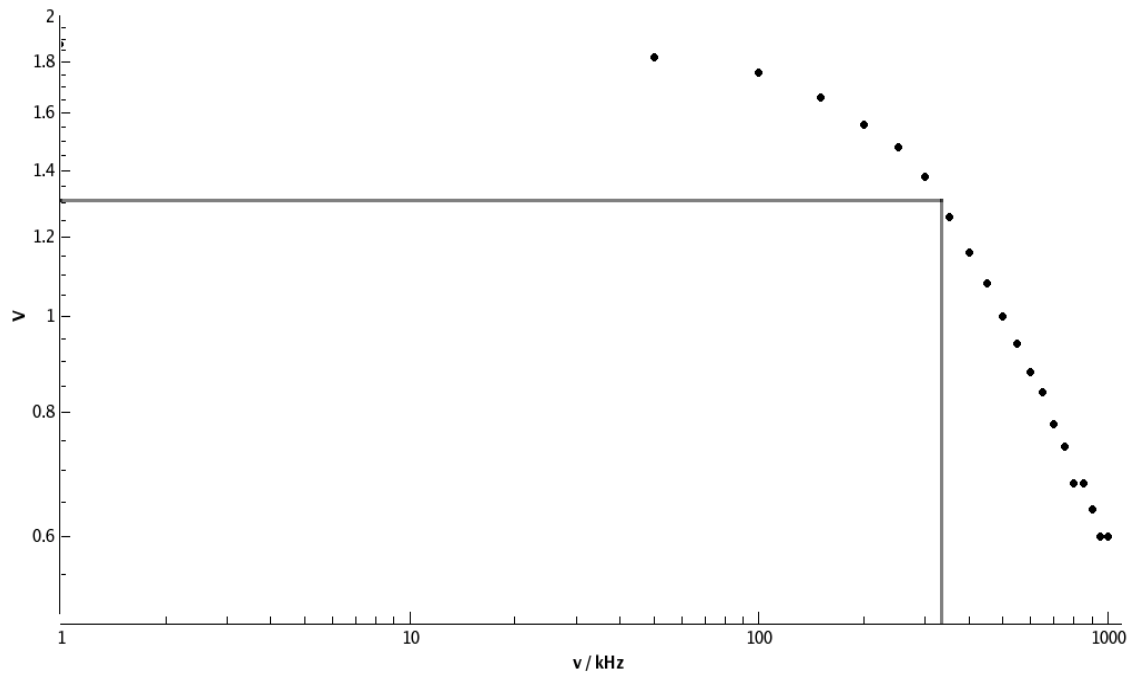
Die drei Diagramme stellen sich wie folgt dar:



**Abb. 7:** Verlauf der Klemmenspannung  $V$  doppelt-logarithmisch aufgetragen über der Frequenz  $v$  für  $R_2 = 100,1 \text{ k}\Omega$ . Die Frequenz, bei der  $V$  auf das  $1/\sqrt{2}$ -fache des Sollwertes absinkt, wurde graphisch ermittelt



**Abb. 8:** Verlauf der Klemmenspannung  $V$  doppelt-logarithmisch aufgetragen über der Frequenz  $v$  für  $R_2 = 9,87 \text{ k}\Omega$ . Die Frequenz, bei der  $V$  auf das  $1/\sqrt{2}$ -fache des Sollwertes absinkt, wurde graphisch ermittelt



**Abb. 9:** Verlauf der Klemmenspannung  $V$  doppelt-logarithmisch aufgetragen über der Frequenz  $\nu$  für  $R_2 = 1,99 \text{ k}\Omega$ . Die Frequenz, bei der  $V$  auf das  $1/\sqrt{2}$ -fache des Sollwertes absinkt, wurde graphisch ermittelt

Wir können nun die Grundfrequenzen  $\nu_g$  ablesen (der jeweilige Größtfehler wird aus der Ablesegenauigkeit der x-Achse der jeweiligen Grafik bestimmt) und das Verstärkungs-Bandbreite-Produkt  $\nu_T$  gemäß der Formel  $V(\nu \approx 1 \text{ Hz}) \cdot \nu_g$  bestimmen. Für den Größtfehler des Verstärkungs-Bandbreite-Produktes gilt:

$$\Delta \nu_T = \left| \frac{\partial \nu}{\partial V} \right| \cdot \Delta V + \left| \frac{\partial \nu}{\partial \nu_g} \right| \cdot \Delta \nu_g = \nu_g \cdot \Delta V + V \cdot \Delta \nu_g$$

$$\Delta \nu_{T:100,1 \text{ k}\Omega} = 12,84 \text{ kHz} \quad \Delta \nu_{T:9,87 \text{ k}\Omega} = 36,8 \text{ kHz} \quad \Delta \nu_{T:1,99 \text{ k}\Omega} = 32,4 \text{ kHz}$$

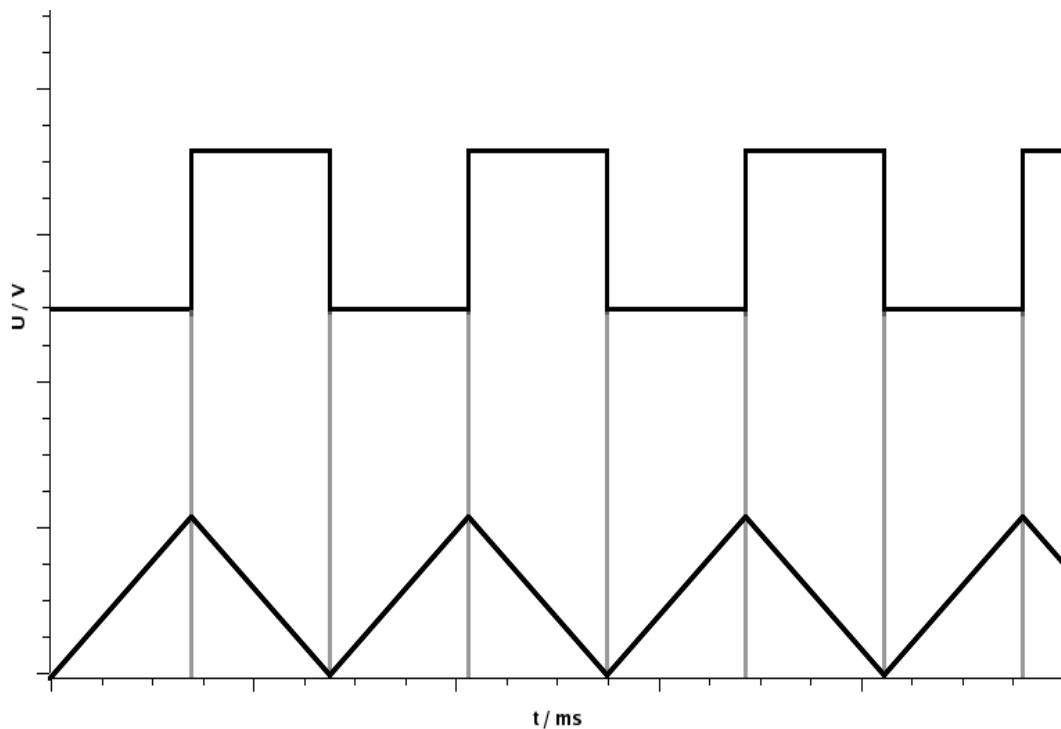
Nun können wir die Endergebnisse des ersten Teilversuchs bestimmen:

- $R_2 = 100,1 \text{ k}\Omega$ :  $\nu_g = 7,1 \pm 0,1 \text{ kHz}$   $\nu_T = 710 \pm 12,84 \text{ kHz}$
- $R_2 = 9,87 \text{ k}\Omega$ :  $\nu_g = 68 \pm 1 \text{ kHz}$   $\nu_T = 652,8 \pm 36,8 \text{ kHz}$
- $R_2 = 1,99 \text{ k}\Omega$ :  $\nu_g = 340 \pm 10 \text{ kHz}$   $\nu_T = 639,2 \pm 32,4 \text{ kHz}$

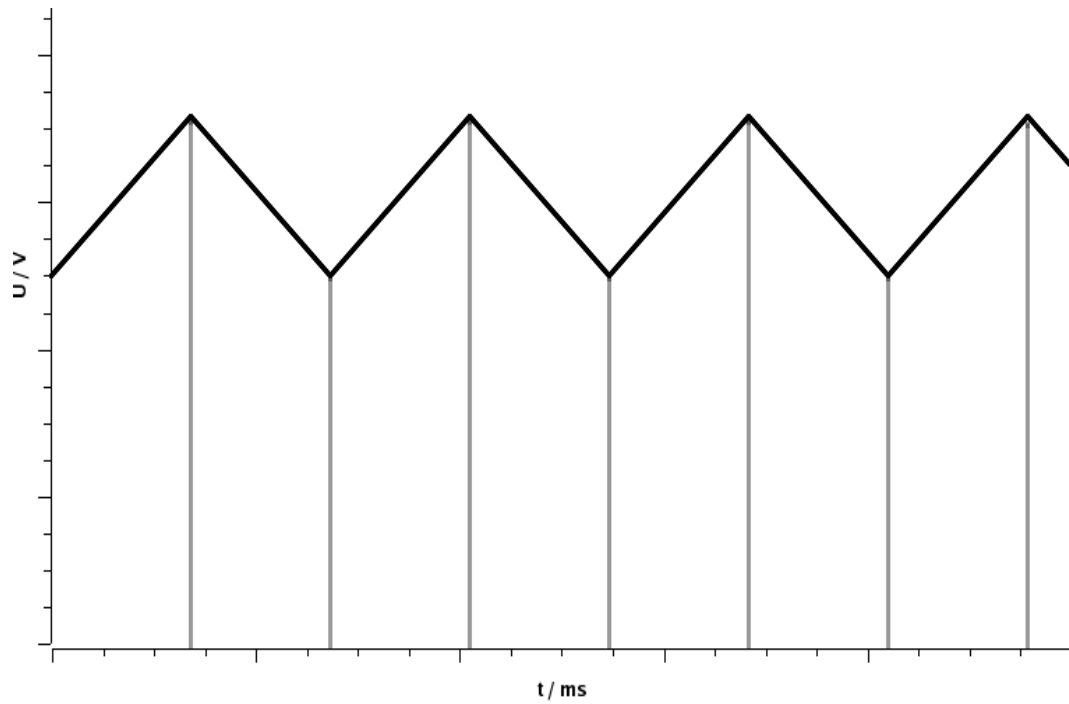
Man erkennt, dass sich die Werte für  $\nu_T$  in einem Bereich um  $675 \pm 35 \text{ kHz}$  bewegen und somit – unter der Berücksichtigung der Messungenauigkeiten und jeweiligen Größtfehler – nahezu konstant und somit frequenzunabhängig sind. Somit gilt Gleichung 11.

### 3.2. Funktionsweise und Frequenzgang eines Integrators

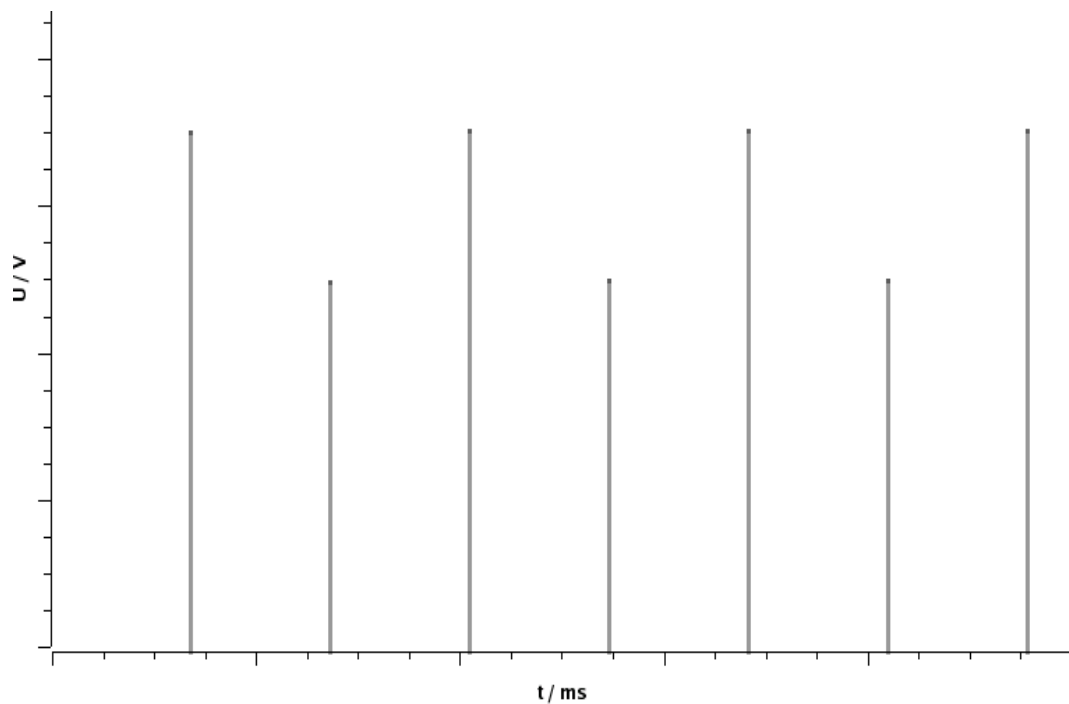
Für diesen Versuchsteil bauen wir einen Integrator gemäß Abbildung 5 auf. Für den Widerstand wählen wir  $R = 1 \pm 0,01 \text{ k}\Omega$  (Fehler folgt aus 1% Messgenauigkeit des Multimeters), der Kondensator wird mit  $C = 10 \pm 1 \text{ nF}$  (Fehlerangabe auf dem Kondensator:  $\pm 10\%$ ) dimensioniert. An dem Funktionsgenerator deaktivieren wir die Sweep-Funktion aus dem vorherigen Versuchsteil wieder und legen nacheinander eine rechteckförmige, eine dreieckförmige und eine sinusförmige Wechselspannung mit einer Frequenz von 1 kHz, einer Amplitude von  $100 \text{ mV} = 0,1 \text{ V}$  und einem DC-Offset von 0 V auf den Eingang des Integrators. Wir betrachten jeweils die Klemmenspannung  $U_1$  und die Ausgangsspannung  $U_2$  gleichzeitig auf dem Oszilloskop. Dabei konnten wir folgende zeitliche Verläufe erkennen:



**Abb. 10:** Klemmen- (oben) und Ausgangssignal (unten) des Integrators für eine Rechteckspannung



**Abb. 11:** Klemmen- (oben) und Ausgangssignal (unten) des Integrators für eine Dreiecksspannung



**Abb. 12:** Klemmen- (oben) und Ausgangssignal (unten) des Integrators für eine Sinusspannung

Anhand der Diagramme ist zu erkennen, dass der Integrator die Rechteckspannung in eine Dreiecksspannung, die Dreiecksspannung in eine Sinusspannung und die Sinusspannung in ein phasenverschobenes Sinussignal umwandelt. Um diesen experimentellen Befund mit den

theoretischen Erwartungen zu vergleichen (vgl. Frage 4), muss die Berechnungsvorschrift für die Ausgangsspannung des Integrators beachtet werden (vgl. Gleichung 20). In der Hauptsache muss hier die Klemmenspannung integriert werden. Es gilt also, eine Funktionsvorschrift für die drei verschiedenen Klemmenspannungsarten zu finden und von diesen die Stammfunktion zu bilden. Dann ergibt sich:

- $U_1 = \text{Rechteckspannung:}$   $U_1 = \pm U_0 \rightarrow U_2 = \pm \frac{1}{RC} U_0 \cdot t + U_0$
- $U_1 = \text{Dreieckspannung:}$   $U_1 = \pm U_0 \cdot t \rightarrow U_2 = \pm \frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{2} U_0 \cdot t^2 + U_0$
- $U_1 = \text{Sinusspannung:}$   $U_1 = U_0 \cdot \sin(\omega t) \rightarrow U_2 = -\frac{1}{RC} \cdot \frac{U_0 \cdot \cos(\omega t)}{\omega} + U_0$

Theoretisch ergibt sich also bei einer rechteckförmigen Klemmenspannung als Ausgangssignal eine Dreieckspannung der Form  $1/RC \cdot U_0 \cdot t + U_0$ . Dies deckt sich mit unseren Beobachtungen. Für die Dreieckspannung erhalten wir laut Berechnung eine parabelförmige Funktion der Form  $1/RC \cdot 1/2 \cdot U_0 \cdot t^2 + U_0$ , welche sich aber durch das oszillierende Vorzeichen als sinusförmige Funktion darstellt. Genau dies konnten wir durch unsere Beobachtungen verifizieren. Für das Sinussignal schließlich erwarten wir ein Kosinussignal, also ein um die Periode  $\pi/2$  verschobenes Sinussignal. Auch dies konnten wir auf dem Oszilloskop beobachten.

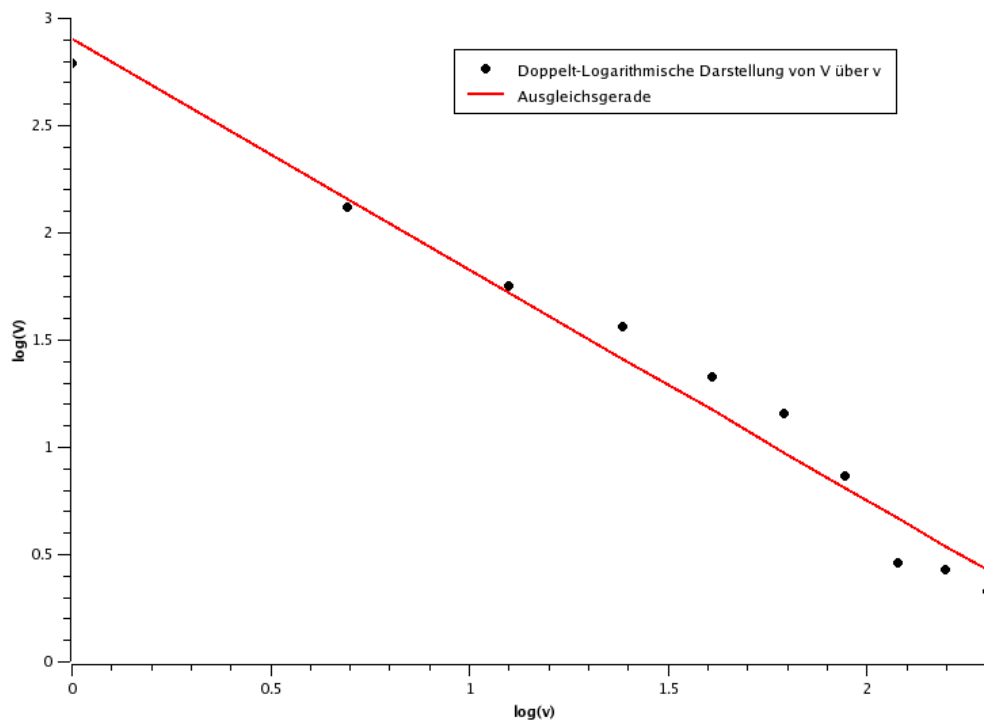
Nun wollen wir den Frequenzgang des Integrators messen. Dazu geben wir eine sinusförmige Wechselspannung (Amplitude 0,1 V, DC-Offset 0 V) an den Eingang des Integrators und variieren deren Frequenz  $\nu$  in 1-kHz-Schritten zwischen 1 kHz und 10 kHz. Wir messen für jede Frequenz jeweils die Amplitude des Klemmen- und des Ausgangssignals und bestimmen anschließend die Klemmenverstärkung  $V$ . Für die Fehlerbetrachtung schätzen wir wieder die Ablesegenauigkeit am Oszilloskop ab und berechnen daraus gemäß der Fehlerfortpflanzung wie im Teilversuch 3.1 den Größtfehler von  $V$ . Wir haben dabei folgende Ergebnisse erhalten:

| $\nu / \text{kHz}$ | $U_1 / \text{V}$ | $U_2 / \text{V}$ | $V$              |
|--------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1                  | $0,20 \pm 0,01$  | $3,28 \pm 0,01$  | $16,40 \pm 0,87$ |
| 2                  | $0,20 \pm 0,01$  | $1,68 \pm 0,01$  | $8,40 \pm 0,47$  |
| 3                  | $0,20 \pm 0,01$  | $1,16 \pm 0,01$  | $5,80 \pm 0,34$  |
| 4                  | $0,20 \pm 0,01$  | $0,96 \pm 0,01$  | $4,80 \pm 0,29$  |

| $\nu$ / kHz | $U_1$ / V       | $U_2$ / V       | $V$             |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 5           | $0,20 \pm 0,01$ | $0,76 \pm 0,01$ | $3,80 \pm 0,24$ |
| 6           | $0,20 \pm 0,01$ | $0,64 \pm 0,01$ | $3,20 \pm 0,21$ |
| 7           | $0,20 \pm 0,01$ | $0,48 \pm 0,01$ | $2,40 \pm 0,17$ |
| 8           | $0,20 \pm 0,01$ | $0,32 \pm 0,01$ | $1,60 \pm 0,13$ |
| 9           | $0,20 \pm 0,01$ | $0,31 \pm 0,01$ | $1,55 \pm 0,13$ |
| 10          | $0,20 \pm 0,01$ | $0,28 \pm 0,01$ | $1,40 \pm 0,12$ |

**Tab. 3:** Messwerte für  $U_1$  und  $U_2$  für verschiedene Eingangsfrequenzen des Integrators

Nun tragen wir die Klemmenverstärkung  $V$  über der Frequenz  $\nu$  doppelt-logarithmisch auf und erhalten folgendes Diagramm:

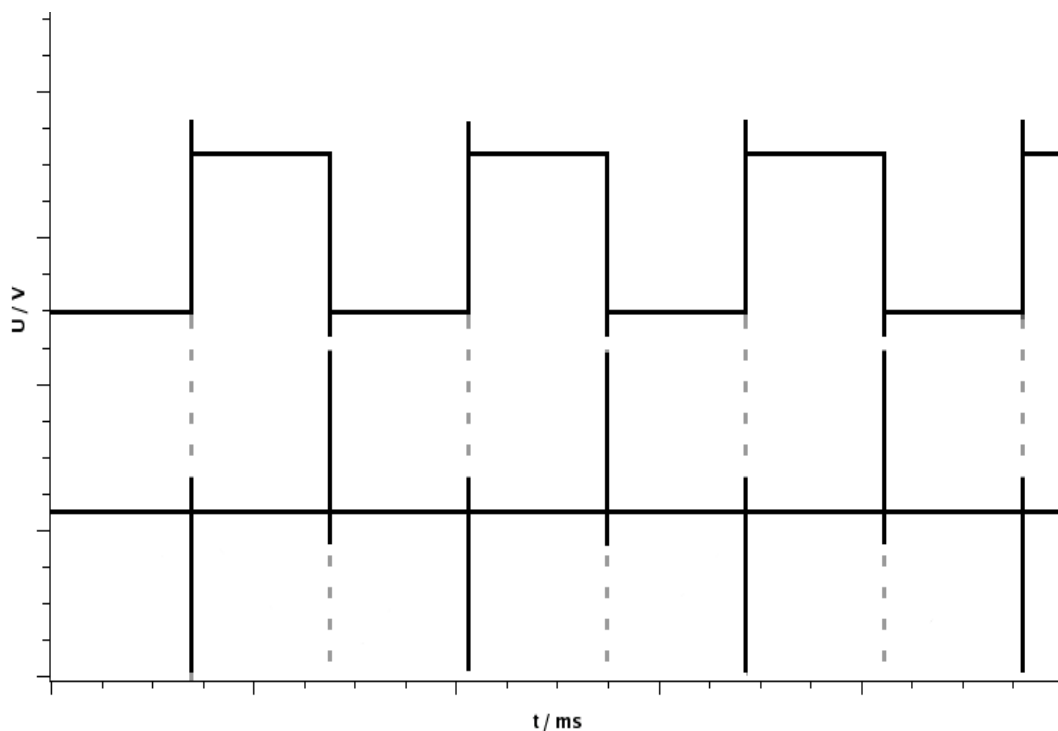


**Abb. 13:** Doppelt-logarithmische Darstellung der Klemmenspannung  $V$  über der Frequenz  $\nu$

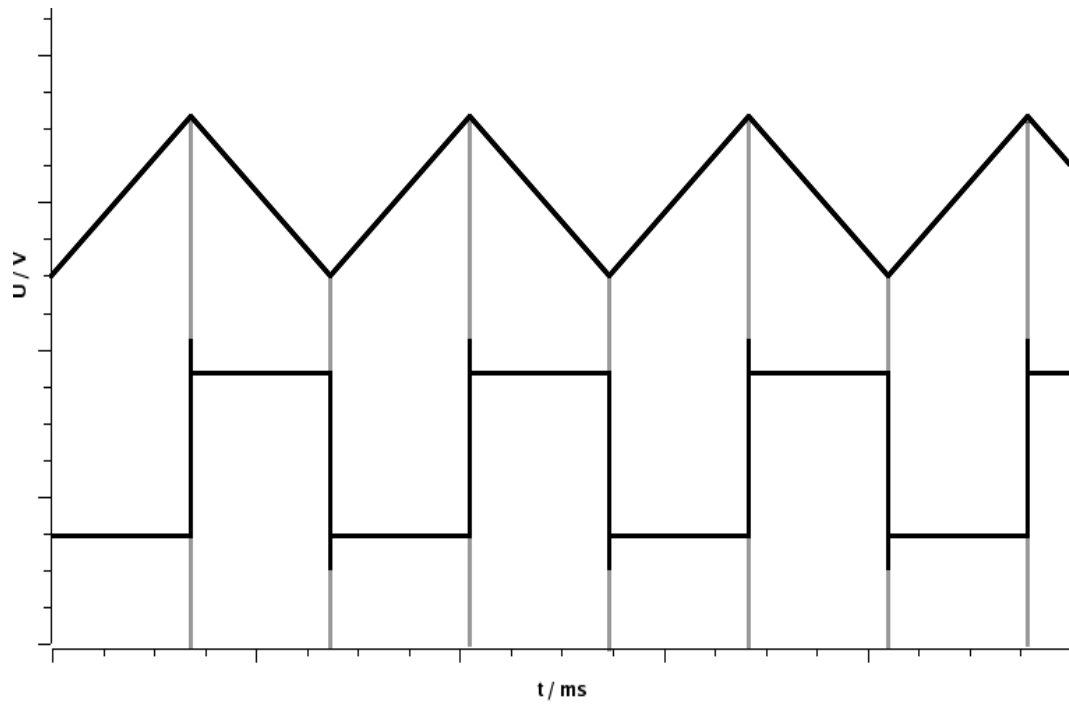
Die Software QTIPLot liefert für die Ausgleichsgerade eine Steigung von  $-1,08 \pm 0,06$ . Dies bestätigt Gleichung 24, da dort von einer Steigung von  $-1$  für einen idealen Integrator ausgegangen wird. Unter Berücksichtigung der angegebenen Fehlerbereiche kommt unsere Integrator-Schaltung einem idealen Integrator also sehr nahe.

### 3.3. Funktionsweise und Frequenzgang eines Differentiators

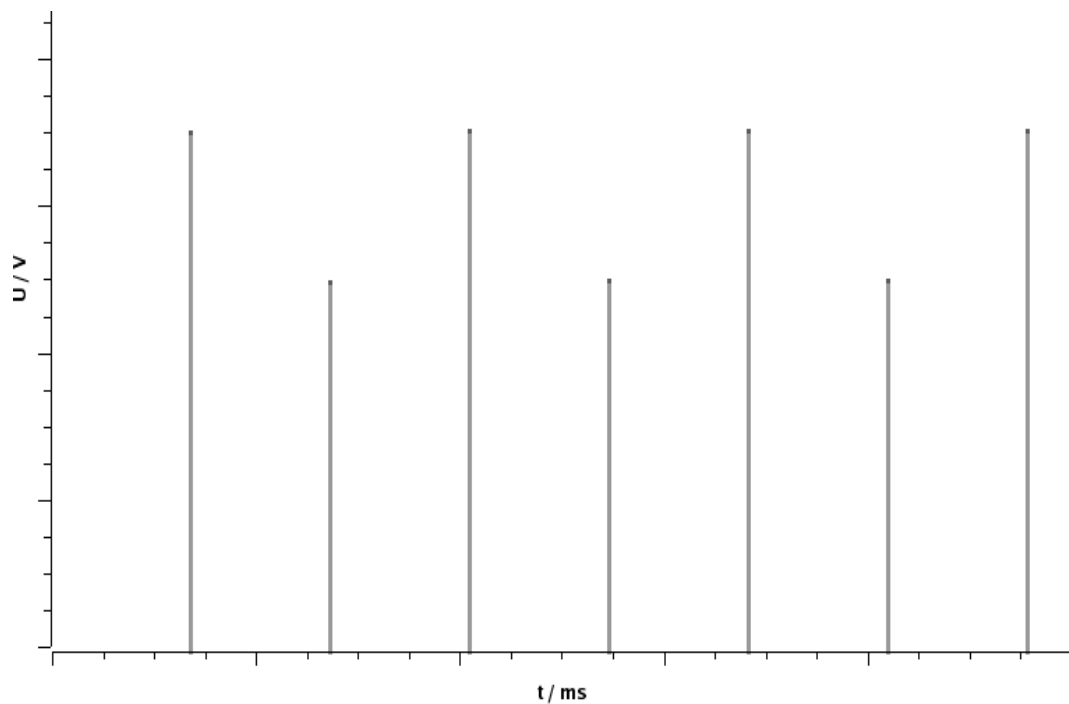
Für diesen Versuchsteil bauen wir einen Differentiator gemäß Abbildung 6 auf. Für den Widerstand wählen wir  $R = 1 \text{ k}\Omega$  (Toleranz  $\pm 1\%$  laut Multimeter-Angabe), den Kondensator dimensionieren wir mit  $C = 100 \text{ nF}$  (Toleranz  $\pm 20\%$  laut Angabe auf dem Kondensator). Wie im vorherigen Teilversuch geben wir nacheinander eine rechteckförmige, eine dreieckförmige und eine sinusförmige Wechselspannung einer Frequenz von  $1 \text{ kHz}$ , einer Amplitude von  $0,1 \text{ V}$  und eines DC-Offsets von  $0 \text{ V}$  auf die Eingangsklemmen des Differentiators. Wir betrachten wieder die Klemmenspannung  $U_1$  und die entsprechende Ausgangsspannung  $U_2$  gleichzeitig auf dem Oszilloskop. Dabei konnten wir folgende Verläufe beobachten:



**Abb. 14:** Klemmen- (oben) und Ausgangssignal (unten) des Differentiators für eine Rechteckspannung



**Abb. 15:** Klemmen- (oben) und Ausgangssignal (unten) des Differentiators für eine Dreiecksspannung



**Abb. 16:** Klemmen- (oben) und Ausgangssignal (unten) des Differentiators für eine Sinusspannung

Die Rechteckspannung wird also in eine konstante Gleichspannung umgewandelt, welche allerdings an den Unstetigkeiten der Rechteckspannung von Über- und Unterschwingern überlagert ist. Die Dreiecksspannung hingegen wird in eine Rechteckspannung umgewandelt. Auch hier finden sich

Über- und Unterschwinger. Die Sinusspannung wird schließlich in eine phasenverschobene Sinusspannung umgewandelt.

Um diese experimentellen Befunde wiederum mit den theoretischen Erwartungen zu vergleichen (vgl. Frage 5), muss auch hier die Berechnungsvorschrift des Differentiators (vgl. Gleichung 27) beachtet werden. Anstelle der Integration wie in Teilversuch 3.2 tritt hier die Differentiation. Es gilt also, die angelegten Klemmenspannungen  $U_1$  nach der Zeit  $t$  „abzuleiten“. Dann kommen wir zu folgenden Ergebnissen:

- $U_1 =$  Rechteckspannung:  $U_1 = \pm U_0 \rightarrow U_2 = RC$
- $U_1 =$  Dreieckspannung:  $U_1 = \pm U_0 \cdot t \rightarrow U_2 = \pm RC \cdot U_0$
- $U_1 =$  Sinusspannung:  $U_1 = U_0 \cdot \sin(\omega t) \rightarrow U_2 = -RC \cdot U_0 \cdot \cos(\omega t) \cdot \omega$

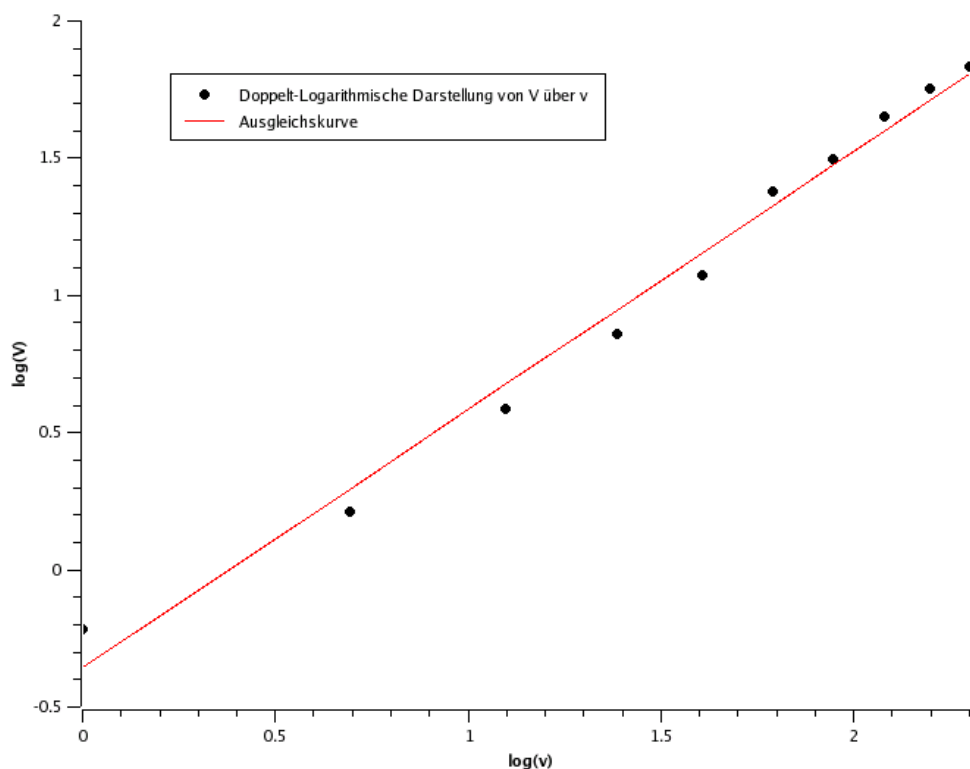
Wir erkennen, dass die beobachteten Signalverläufe von  $U_2$  den Erwartungen entsprechen. Bei der Rechteckspannung erwarten wir eine konstante Spannung  $RC$  als Ausgangssignal, was auch zu beobachten war. Lediglich die Über- und Unterschwinger weichen von unserer Erwartung ab und lassen sich nur durch die Unstetigkeiten der Rechteckspannung an diesen Stellen erklären. Bei der Dreieckspannung erwarten wir wiederum eine Rechteckspannung der Amplitude  $\pm RC \cdot U_0$ . Auch dies lies sich – abgesehen von den Über- und Unterschwingern – bei unserer Versuchsdurchführung beobachten. Bei der Sinusspannung schließlich erwarten wir ein um  $\pi/2$ -phasenverschobenes Sinussignal, also ein Kosinussignal. Auch diese Erwartung deckt sich mit unseren Beobachtungen.

Nun wollen wir den Frequenzgang des Differentiators bestimmen. Dazu wählen wir  $R = 10 \text{ k}\Omega$  ( $\pm 1\%$ ) und  $C = 10 \text{ nF}$  ( $\pm 10\%$ ) und geben wieder eine sinusförmige Wechselspannung (Amplitude  $0,1 \text{ V}$ , DC-Offset  $0 \text{ V}$ ) auf die Eingangsklemmen des Differentiators. Die Frequenz der Eingangsspannung variieren wir wieder in 1-kHz-Schritten zwischen  $1 \text{ kHz}$  und  $10 \text{ kHz}$ . Wie in Versuchsteil 3.2 beschrieben bestimmen wir für jede Frequenz die Klemmenspannung  $U_1$  sowie die Ausgangsspannung  $U_2$  und bestimmen dann jeweils die Klemmenverstärkung  $V$  samt Größtfehler. Dabei haben wir folgende Ergebnisse erhalten:

| $\nu$ / kHz | $U_1$ / V       | $U_2$ / V       | $V$             |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1           | $0,21 \pm 0,01$ | $0,17 \pm 0,01$ | $0,81 \pm 0,09$ |
| 2           | $0,21 \pm 0,01$ | $0,26 \pm 0,01$ | $1,24 \pm 0,11$ |
| 3           | $0,21 \pm 0,01$ | $0,38 \pm 0,01$ | $1,81 \pm 0,13$ |
| 4           | $0,21 \pm 0,01$ | $0,50 \pm 0,01$ | $2,38 \pm 0,16$ |
| 5           | $0,21 \pm 0,01$ | $0,62 \pm 0,01$ | $2,95 \pm 0,19$ |
| 6           | $0,21 \pm 0,01$ | $0,84 \pm 0,01$ | $4,00 \pm 0,24$ |
| 7           | $0,21 \pm 0,01$ | $0,94 \pm 0,01$ | $4,48 \pm 0,26$ |
| 8           | $0,21 \pm 0,01$ | $1,1 \pm 0,1$   | $5,24 \pm 0,73$ |
| 9           | $0,21 \pm 0,01$ | $1,2 \pm 0,1$   | $5,71 \pm 0,75$ |
| 10          | $0,21 \pm 0,01$ | $1,3 \pm 0,1$   | $6,19 \pm 0,77$ |

**Tab. 4:** Messwerte für  $U_1$  und  $U_2$  für verschiedene Eingangsfrequenzen des Differentiators

Nun tragen wir die Klemmenverstärkung  $V$  über der Frequenz  $\nu$  doppelt-logarithmisch auf und erhalten folgendes Diagramm:



**Abb. 17:** Doppelt-logarithmische Darstellung der Klemmenverstärkung  $V$  über der Frequenz  $\nu$

Die Software QTIPLLOT liefert für die Ausgleichsgerade eine Steigung von  $+0,94 \pm 0,04$ . Somit entspricht der Verlauf den theoretischen Erwartungen, da im bei Gleichung 28 bei einem idealen Differentiator in der doppelt-logarithmischen Darstellung von einer Steigung von +1 ausgegangen wird. Unter Berücksichtigung der angegebenen Fehlerbereiche kommt unsere Differentiatorschaltung einem idealen Differentiator also sehr nahe.

## 4. Anhang

### 4.1. Literatur

- [1] Skript zum Anfängerpraktikum Physik I, CvO Universität Oldenburg, Institut für Physik, Oktober 2005
- [2] dtv-Atlas Physik, Band 2, Deutscher Taschenbuch Verlag, 7. Auflage, August 2004
- [3] Elektronik – Gar nicht schwer Bd. 1 & 2, Adrian Schommers, elektor Verlag Aachen, 18. Auflage, 2005
- [4] <http://de.wikipedia.org/wiki/Operationsverstärker>

### 4.2. Abbildungsnachweis

- **Abb. 1:**  
<http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Operationsverstaerker.pdf>
- **Abb. 2:**  
<http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Operationsverstaerker.pdf>
- **Abb. 3:**  
<http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Operationsverstaerker.pdf>
- **Abb. 4:**  
<http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Operationsverstaerker.pdf>
- **Abb. 5:**  
<http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Operationsverstaerker.pdf>
- **Abb. 6:**  
<http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Operationsverstaerker.pdf>
- **Tab. 1:**  
<http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Operationsverstaerker.pdf>