

PROTOKOLL ZUM ANFÄNGERPRAKTIKUM PHYSIK

Beugung und Interferenz

Sebastian Finkel
Sebastian Wilken

Versuchsdurchführung:
08. Februar 2006

0. Inhalt

1. Einleitung

2. Theoretischer Teil

2.1. Beugungsbild eines Spaltes im Fernfeld

2.2. Beugung im Nahfeld einer Fresnelschen Zonenplatte

3. Praktischer Teil

3.1. Bestimmung der Breite eines Beugungsspalt

3.2. Bestimmung der Brennweite einer Fresnelschen Zonenplatte

4. Anhang

4.1. Literatur

4.2. Abbildungsnachweis

5. Anlage

1. Einleitung

Mit diesem Versuch wollen wir uns näher mit der Beugung und Interferenz elektromagnetischer Wellen beschäftigen. In beiden Versuchsteilen werden wir mit einem Helium-Neon-Laser mit 5 mW Lichtleistung arbeiten. Wir werden neben der so genannten Fraunhofer-Beugung im Fernfeld auch die Fresnel-Beugung mit Hilfe einer Fresnelschen Zonenplatte kennenlernen.

2. Theoretischer Teil

2.1. Beugungsbild eines Spaltes im Fernfeld

Wir betrachten nun wie in Abb. 1 dargestellt ein Blech mit einem Schlitz, das in y -Richtung eine Länge D hat und in x -Richtung im Verhältnis sehr weit ausgedehnt ist. Wir beleuchten diesen Spalt mit einem ebenen, monochromatischem Licht der Wellenlänge λ und der Frequenz ν . Wir stellen normalerweise die Lichtwelle als elektrischen Feldvektor \mathbf{E} dar. Da die Vektoreigenschaft für unseren folgen Rechnungen jedoch nicht relevant ist, schreiben wir einfach E .

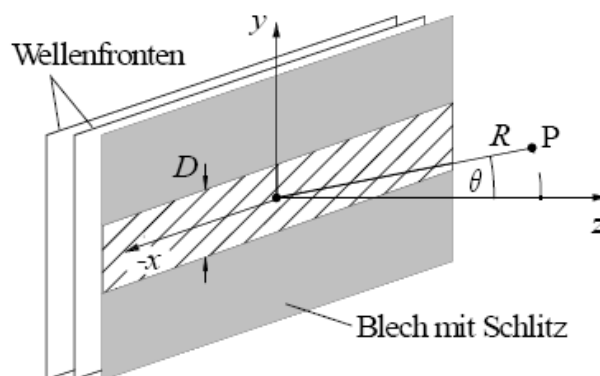


Abb. 1: Beugung an einem langen, schmalen Schlitz

Jeder Punkt Q_i im Spalt kann nach Huygens als Emittent einer Kugelwelle E_i betrachtet werden. Wir können also schreiben:

$$(1) \quad E_i = \frac{A_0}{r_i} \sin(\omega t - kr_i) \quad \left(\text{Einheit } \frac{V}{m}\right)$$

Dabei haben wir folgende Abkürzungen und Formelsymbole benutzt:

A_0	Quellstärke (Einheit V)
r_i	Radius der Kugelwelle
$\omega = 2\pi\nu$	Kreisfrequenz
$k = 2\pi / \lambda$	Wellenzahl
t	Zeit

Wie in Abb. 1 zu erkennen ist, haben wir den Koordinatenursprung in den Mittelpunkt des Schlitzes gelegt. Wir suchen nun die resultierende Intensität am Punkt $P = P(R, \theta)$, der in der y/z -Ebene liegt und vom Koordinatenursprung den Abstand $R \rightarrow \infty$ hat. Deswegen sprechen wir hier vom Fernfeld. Weiterhin bildet der Ortsvektor von \mathbf{P} mit der z -Achse den Winkel θ .

Wir können davon ausgehen, dass wegen der langen Ausdehnung des Spaltes in x -Richtung nur in y -Richtung eine Beugung stattfindet. Die Bedingung reicht aus, um die Berechnung des Beugungsbildes nach Huygens nur mit einer Punktquellenreihe durchzuführen. Bis auf einen Proportionalitätsfaktor erhält man das gleiche Ergebnis wie bei der Betrachtung aller Punktquellen des Spaltes. Zur Vereinfachung der Rechnung wählen wir die Punktquellenreihe am Ort $x = 0$.

Da $R \gg D$ und damit $R \approx r_i$, sind alle Amplituden aller von dieser Punktquellenreihe am Punkt P ungefähr gleich. Ihre Phasen jedoch unterschiedlich, da $\varphi = kr_i$. Selbstverständlich dürfen wir $\varphi_i \approx kR$ nicht konstant setzen, da wir damit den entstehenden Gangunterschied außer Acht lassen würden, den wir bei verschiedenen Punkten der Punktquellenreihe erhalten.

Für ein infinitesimal kleines Stück dy der Punktreihe sei $r_i = r = \text{konst.}$ Dann können wir nämlich für das Wellenelement dE am Punkt P , das sich aus der Überlagerung der Kugelwellen aus dem Element dy ergibt, schreiben:

$$(2) \quad dE(R, \theta) = \frac{A_{0L}}{R} \sin(\omega t - kr) dy \quad \text{mit } A_{0L} = \text{Quellstärke pro Längeneinheit}$$

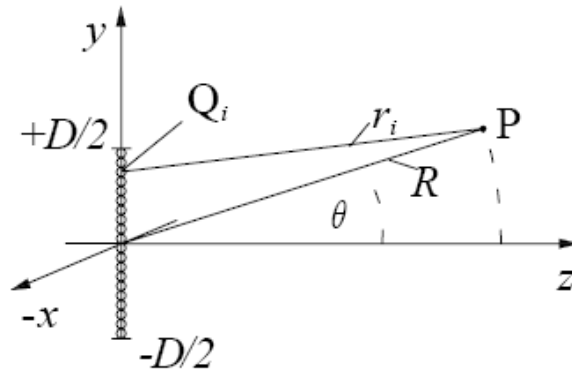


Abb. 2: Ausschnitt aus dem Schlitz nach Abb. 1

Für die resultierende Welle E am Punkt P , die sich aus der Überlagerung aller von der Punktquellenreihe ausgehenden Kugelwellen entsteht, gilt demnach:

$$(3) \quad E(R, \theta) = \frac{A_{0L}}{R} \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \sin(\omega t - kr) dy$$

Für $R \rightarrow \infty$ und kleine Winkel θ setzen wir dann:

$$(4) \quad r \approx R - y \sin \theta$$

Wir erkennen dies gut an Abb. 3, sehen jedoch auch, dass dies nur eine ungefähre Näherung ist.

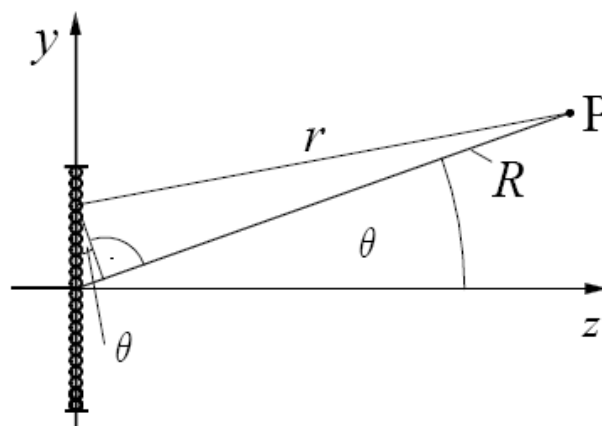


Abb. 3: Zur Näherungsberechnung von r

Daraus folgt dann:

$$(5) \quad E(R, \theta) = \frac{A_{0L}}{R} \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \sin(\omega t - k(R - y \sin \theta)) dy$$

Nun integrieren wir diesen Ausdruck im angegebenen Intervall und erhalten dann Gl. 6:

$$(6) \quad E(R, \theta) = \frac{A_{0L}}{R} D \cdot \frac{\sin\left(\frac{kD}{2} \sin \theta\right)}{\frac{kD}{2} \sin \theta} \sin(\omega t - kR)$$

Wir führen nun zur Vereinfachung zwei Abkürzungen ein:

$$(7) \quad b := \frac{A_{0L}}{R} D \sin(\omega t - kR)$$

$$(8) \quad \alpha := \frac{kD}{2} \sin \theta$$

Damit erhalten wir für Gl. 6 mit Hilfe der Abkürzungen die vereinfachte Form:

$$(9) \quad E(R, \theta) = b \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

Nun ist jedoch für den Beobachter oder für das Messgerät nicht die Kugelwelle in Form der Lichtamplitude selber sichtbar, sondern nur die Intensität I . Die Intensität ist gegeben durch eine Konstante K und den zeitlichen Mittelwert ($\langle \rangle$) des Quadrats von E .

$$(10) \quad I(R, \theta) = K \langle E^2(R, \theta) \rangle = K \left\langle b^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \right\rangle$$

Die zeitliche Mittelung ist weiterhin nur in den Termen möglich, in der auch die Zeit als Faktor enthalten. Dies ist in unserem Falle nur b und wie können somit weiter vereinfachen.

$$(11) \quad I(R, \theta) = K \langle b^2 \rangle \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

Wir führen nun noch eine weitere kleine Vereinfachung ein:

$$(12) \quad \langle \sin^2(\omega t - kR) \rangle = \frac{1}{2}$$

Daraus folgt:

$$(13) \quad I_0 = K \frac{1}{2} \frac{A_{0L}^2}{R^2} D^2$$

Schließlich erhalten wir nun:

$$(14) \quad I(R, \theta) = I(\alpha) = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

Diese Gleichung stellt nun den Verlauf der Intensität im Beugungsbild des Spaltes dar, dass in unendlicher Entfernung hinter dem Spalt ist. Der Term $(\sin \alpha / \alpha)^2$ gibt also den Verlauf der Intensität an. Man nennt diese Funktion auch sinc²-Funktion, sie ist symmetrisch zu $\alpha = 0$.

Für $\theta \rightarrow 0^\circ$ geht $\alpha \rightarrow 0$ und somit $\sin \alpha / \alpha \rightarrow 1$. Das bedeutet, dass die Intensität auf der optischen Achse ihr Maximum hat. Minima der Intensität finden man nach Gl. 14 für Winkel $\theta_{\min, n}$ für die $\alpha = 0$ gilt.

$$(15) \quad \alpha = n\pi = \frac{kD}{2} \sin \theta_{\min, n} \quad ; \quad n = \pm 1, 2, 3, \dots$$

$$(16) \quad \text{Minima:} \quad \sin \theta_{\min, n} = n \frac{\lambda}{D}$$

Intensitätsmaxima außerhalb von $\theta = 0^\circ$, die dazu symmetrisch liegen, ergeben sich unter den Winkeln $\theta_{\max, n}$, für die gelten muss:

$$(17) \quad \text{Maxima:} \quad \frac{kD}{2} \sin \theta_{\max, n} = \tan \left(\frac{kD}{2} \sin \theta_{\max, n} \right)$$

Wir erhalten Gl. 17 durch einmalige Differentiation von Gl. 14 nach α . Wir wenden dabei die

Kettelregel und die Quotientenregel an und erhalten dann:

$$(18) \quad \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

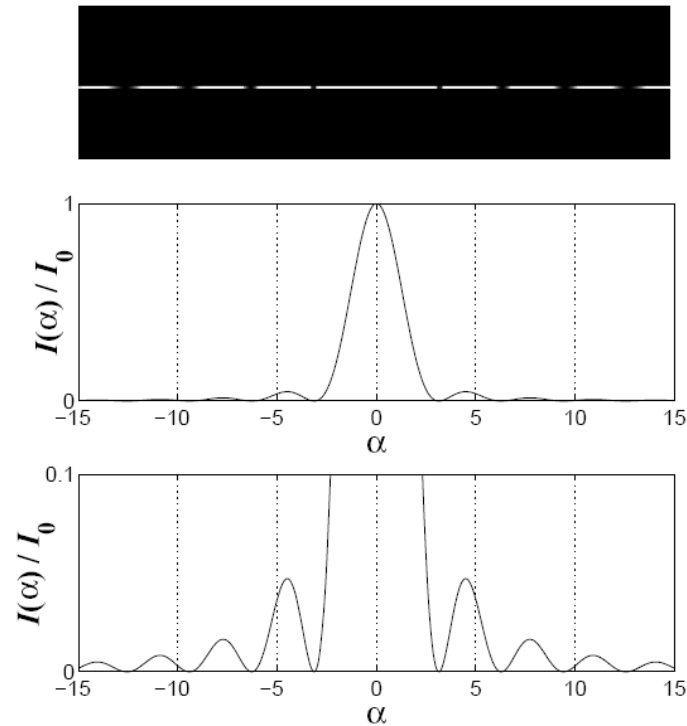


Abb. 4: Intensitätsverläufe im Beugungsbild eines Spaltes

Wir geben nun die numerisch gefundenen Lösungen von Gl. 17 für die ersten Maxima mit einer vierstelligen Genauigkeit an:

$$(19) \quad \begin{array}{ll} \sin \theta_{\max,1} = 4,4934 \frac{2}{kD} & \sin \theta_{\max,7} = 23,5195 \frac{2}{kD} \\ \sin \theta_{\max,2} = 7,7253 \frac{2}{kD} & \sin \theta_{\max,8} = 26,6661 \frac{2}{kD} \\ \sin \theta_{\max,3} = 10,9041 \frac{2}{kD} & \sin \theta_{\max,9} = 29,8116 \frac{2}{kD} \\ \sin \theta_{\max,4} = 14,0662 \frac{2}{kD} & \sin \theta_{\max,10} = 32,9564 \frac{2}{kD} \\ \sin \theta_{\max,5} = 17,2208 \frac{2}{kD} & \sin \theta_{\max,11} = 36,1006 \frac{2}{kD} \\ \sin \theta_{\max,7} = 20,3713 \frac{2}{kD} & \sin \theta_{\max,50} = 158,6441 \frac{2}{kD} \end{array}$$

Wie wir bisher gezeigt haben, beschreibt Gl. 14 die Verteilung der Intensität hinter einem Spalt in unendlicher Entfernung (das so genannte Fernfeld). Mit einem kleinen Trick schaffen wir es nun auch, die Intensitätsverteilung für eine endliche Entfernung hinter dem Spalt zu beschreiben. Wie in der Abb. 5 zu sehen ist, stellen wir hinter den Spalt eine Linse mit der Brennweite f . Dies hat zur Folge, dass die Lichtstrahlen, die den Spalt unter gleichen Winkeln θ verlassen und sich ohne Linse im unendliche im Punkt P treffen würden, sich nun im Punkt P' hinter der Brennebene der Linse schneiden. Für die Entfernung u dieses Punktes in y -Richtung von der optischen Achse gilt:

$$(20) \quad u = f \tan \theta$$

Für den Fall $\lambda \ll D$ erhalten wir nun kleine Beugungswinkel. Für diesen Fall können wir nun $\tan \theta \approx \theta$ annehmen und Gl. 19 vereinfacht sich zu:

$$(21) \quad u \approx f\theta$$

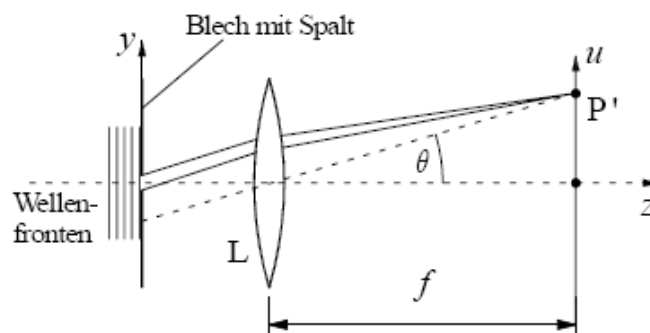


Abb. 5: Anordnung einer Linse L zur Beobachtung des Beugungsbildes eines Spaltes im Endlichen

Als Beispiel eines Intensitätsverlaufs $I(u)$ geben wir die ersten 4 Nebenmaxima in der hinteren Brennebene einer Linse der Brennweite $f = 120$ mm an, welche mit Licht der Wellenlänge $\lambda = 632,8$ nm bestrahlt wird. Die Dicke des Spaltes betrage $D = 0,2$ mm. Dann können wir mit Hilfe der Gl. 16, 17 und 21 Werte für u für die ersten vier Maxima und Minima berechnen. Da uns für die Intensität I eine passende Formel fehlt, nehmen wir einfach einige plausibel erscheinende Werte an. Für das Hauptmaximum bei $u = 0$ nehmen wir 12 N/mm^2 an. Wir erhalten dann (vgl. Frage 4):

Ordnung	Min./Max.	u / mm	I / W/mm ²
1	Min.	0,379	0
	Max.	0,543	0,5
2	Min.	0,759	0
	Max.	0,933	2
3	Min.	1,139	0
	Max.	1,318	4
4	Min.	1,519	0
	Max.	1,6998	7

Tab. 1: Berechnete Werte für u und angenommene Zahlenwerte für I in dem Fall zu Frage 4

Wenn wir nun I über u auftragen erhalten wir einen Graphen folgender Form:

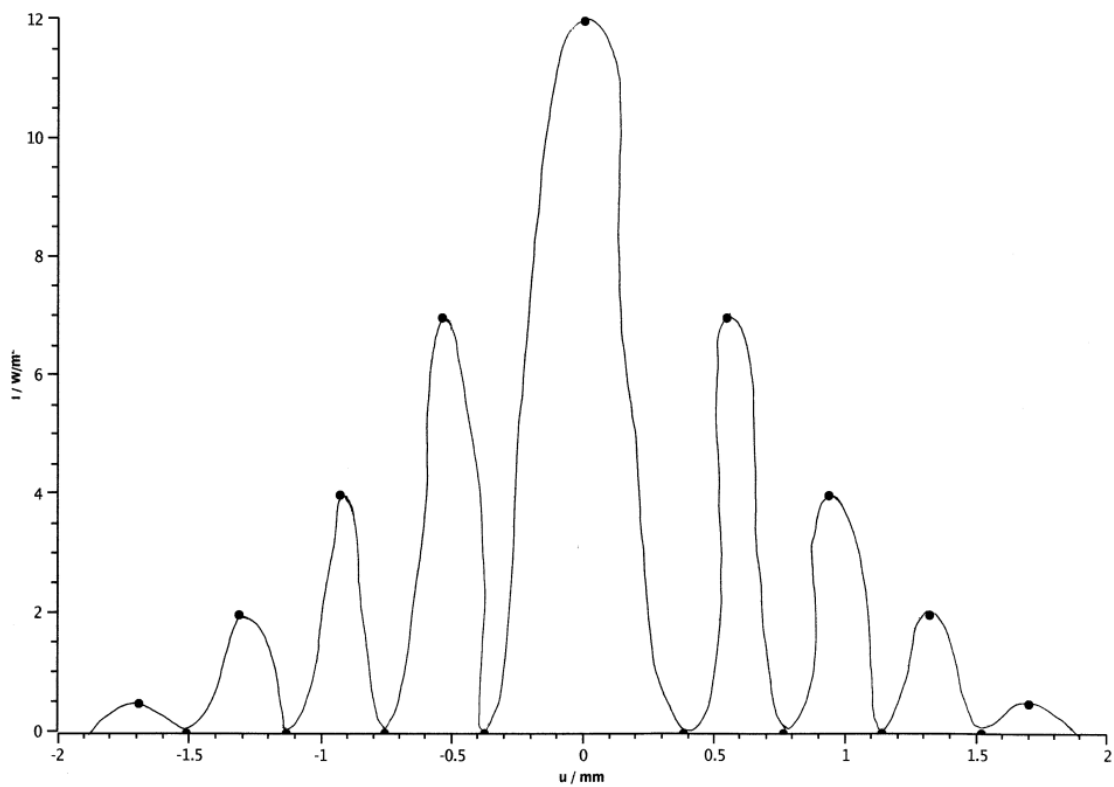


Abb. 6: Skizze des Intensitätsverlauf für die ersten 4. Nebenmaxima zu Frage 4

2.2 Beugung im Nahfeld einer Fresnelschen Zonenplatte

Es breite sich von einer Punktlichtquelle LQ entlang der optischen z -Achse eine Kugelwelle E_{LQ} mit der Wellenlänge λ aus. Im Abstand der Weite p_0 von LQ betrachten wir eine Ebene S, die senkrecht zur z -Achse liegt und von E_{LQ} beleuchtet werde. Nun wissen wir, dass nach Huygens dann jeder Punkt Q_i auf dieser Ebene als Emittent einer neuen Kugelwelle E_i angesehen werden kann. Nun wollen wir wissen, welche Intensität durch Überlagerung der einzelnen E_i am Punkt P auf der z -Achse erzeugt wird, sollte die Ebene S abwechselnd mit der Fresnelschen Platte in Zonen mit der Transmission $T = 1$ und $T = 0$ unterteilt werden.

Also Zonen Z_m ($m = 1, 2, 3, \dots$) in S wählen wie in Abb. 6 ersichtlich Kreisringe, die begrenzt werden durch die Radien R_m und R_{m-1} . Es ist wichtig, dass R_m so gewählt ist, dass die optischen Wege $r_m + p_m$ von LQ nach P für benachbarte m um $\lambda/2$ verschieden sind.

$$(22) \quad (p_{m+1} + r_{m+1}) - (p_m + r_m) = \frac{\lambda}{2}$$

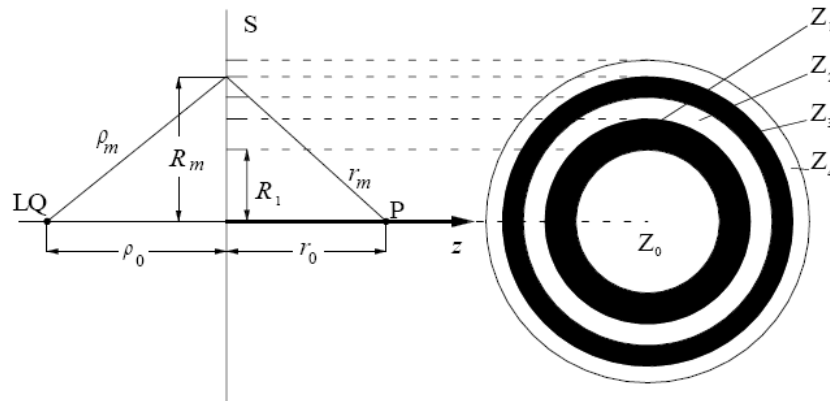


Abb. 7: Fresnelsche Zonenplatte

Wir können auch schreiben.

$$(23) \quad (p_m + r_m) - (p_0 + r_0) = m \frac{\lambda}{2}$$

Mit Hilfe der Potenzreihenentwicklung finden wir für p_m und r_m :

$$(24) \quad p_m = \sqrt{R_m^2 + p_0^2} = p_0 \sqrt{1 + \frac{R_m^2}{p_0^2}} \approx p_0 \left(1 + \frac{R_m^2}{2p_0^2} \right)$$

$$(25) \quad r_m = \sqrt{R_m^2 + r_0^2} = r_0 \sqrt{1 + \frac{R_m^2}{r_0^2}} \approx r_0 \left(1 + \frac{R_m^2}{2r_0^2} \right)$$

Unsere Ergebnisse setzen wir nun in Gl. 22 ein und erhalten für $m \geq 1$:

$$(26) \quad \frac{1}{p_0} + \frac{1}{r_0} = \frac{m\lambda}{R_m^2}$$

Die Flächen A_m der Zonen Z_m sind gegeben durch:

$$(27) \quad A_m = \pi(R_{m+1}^2 - R_m^2) = \frac{\pi\lambda}{\frac{1}{p_0} + \frac{1}{r_0}}$$

Wir sehen also, dass die Flächen konstant sind. Nun können wir annehmen, dass - falls die Flächen gleich groß sind - auch jeweils die gleiche Anzahl von Punkten Q_i enthalten sind, die dann die Kugelwellen emittieren. Nun können wir also sagen, dass zu jeder Kugelwelle aus der Zone Z_m eine Kugelwelle aus der Zone Z_{m+1} vorhanden ist und jeweils einen Gangunterschied von $\lambda/2$ aufweist. Die Wellen löschen sich damit also selbst aus. Durch die Fresnelsche Zonenplatte verhindern wir genau dies, denn entweder jedes gerade oder ungerade m wird gerade nicht durchgelassen ($T = 0$). Alle Kugelwellen der transparenten Zonen überlagern sich nun konstruktiv und das führt zu einer erhöhten Lichtintensität im Punkt P .

Wir erreichen also, dass das Licht der Quelle LQ im Punkt P eine erhöhte Intensität hat, indem wir zwischen den beiden Punkte die Zonenplatte gebracht haben. Dies ist analog zur optischen Abbildung LQ nach P durch eine Linse. Gl. 26 stellt die aus der geometrischen Optik bekannte Abbildungsgleichung dar:

$$(28) \quad \frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}$$

Wir haben also in unserm Fall p_0 als Gegenstandsweite g und r_0 als Bildweite b . Dann gilt:

$$(29) \quad f = \frac{R_m^2}{m\lambda} \quad (m \geq 1)$$

Gl. 29 ist des Weiteren noch als Hauptbrennweite f der Zonenplatte zu verstehen. Anschaulich wird die Hauptbrennweite, wenn wir den Abstand p_0 der Lichtpunktquelle LQ zur Zonenplatte gegen unendlich gehen lassen. Dann würde die Zonenplatte mit einer ebenen Welle beleuchtet werden und hinter der Platte würde sie dann laut Gl. 26 wie durch eine Linse auf den Punkt P im Abstand $r_0 = f$ fokussiert werden.

3. Praktischer Teil

Bei den folgenden Versuchen wird mit Laserlicht gearbeitet. Es ist unbedingt darauf zu achten, dass das Laserlicht nicht ins Auge gelangt. Daher ist es insbesondere von Nöten, die Arbeit am Versuchsaufbau im Stehen durchzuführen und sich nicht zu Bücken.

3.1. Bestimmung der Breite eines Beugungsspaltes

In diesem Versuchsteil wollen wir die Breite eines Spaltes, der mit einem Helium-Neon-Laser beleuchtet wird, durch Vermessung des entstehenden Beugungsbildes bestimmen. Dazu verwenden wir folgenden Versuchsaufbau:

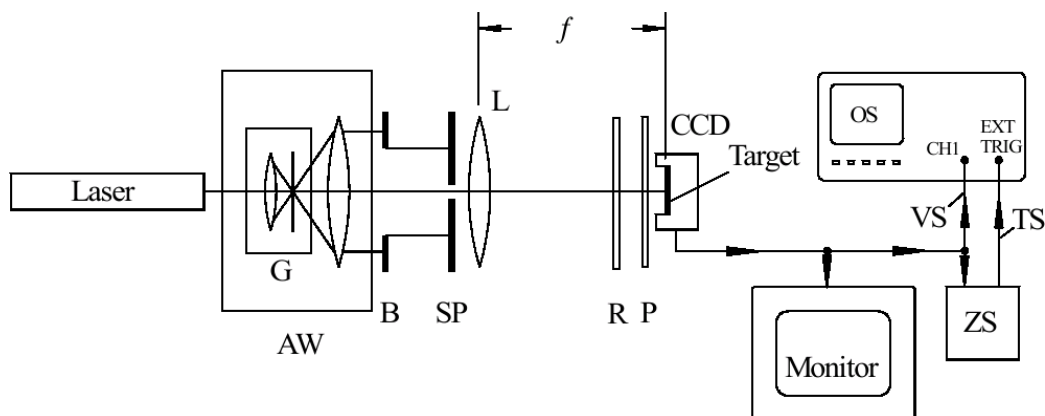


Abb. 8: Versuchsaufbau zur Bestimmung der Breite eines Beugungsspaltes

Ein Helium-Neon-Laser der Wellenlänge $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ und mit 5 mW Lichtleistung wird durch ein Strahlaufweitungssystem geleitet, welches den Strahl fokussiert, aufweitet und von störendem Streulicht befreit. Bei der Arbeit am Versuchsaufbau ist drauf zu achten, dass weder am Laser, noch am Strahlaufweitungssystem Änderungen vorgenommen werden. Die Justage der beiden Komponenten erfordert sehr viel Erfahrung und Feingefühl und wurde zuvor von der technischen Assistenz vorgenommen.

Hinter dem Strahlaufweitungssystem platzieren wir mittig zur optischen Achse eine Irisblende B , mit deren Hilfe der Durchmesser des Laserstrahls auf circa 15 mm begrenzt wird. Nun befestigen wir zunächst in einem Abstand von etwa einem Meter zum Strahlaufweitungssystem ein Beobachtungsschirm mit einer Zielscheibe, die wir so ausrichten, dass der Laserstrahl diese zentral trifft. Nun setzen wir zwischen der Irisblende und dem Beobachtungsschirm eine Linse L mit einer

Brennweite von $f = 120 \pm 2$ mm ein. Mit Hilfe des Beobachtungsschirm justieren wir die Linse so, dass der Laserstrahl wieder exakt mittig auf der Zielscheibe auftrifft. Nun bauen wir den zu bestimmenden Spalt SP zwischen Irisblende und Linse in unseren Versuchsaufbau ein. Wir drehen den Spalt so, dass der Beobachtungsschirm mittig und vertikal vom strichförmigen Laserstrahl getroffen wird. Die Mitte des Spaltes sollte zudem genau auf der optischen Achse des Laserstrahls liegen.

Nachdem alle Komponenten exakt ausgerichtet wurden, kann der Beobachtungsschirm wieder aus dem Versuchsaufbau entfernt werden. Wir setzen nun an das Ende des Aufbaus eine CCD-Kamera ein, welche wir in die Brennebene der Linse ausrichten. Das Bild der CCD-Kamera lässt sich auf dem Monitor beobachten. Da die Kamera sehr lichtempfindlich ist, und das Bild ohne zusätzlichen Schutz übersteuert dargestellt würde, bauen wir vor das Objektiv ein Graufilterrad R und einen Polarisationsfilter P ein. Wir betrachten nun das von der Kamera registrierte Beugungsbild auf dem Monitor. Wir justieren die Kamera in der optischen z -Achse so, dass ein möglichst scharfes Beugungsbild zu sehen ist. Dann verschieben wir die Kamera in horizontaler Richtung so, dass die -1. Beugungsordnung am linken Bildrand des Monitors zu sehen ist. Im Verlauf des Monitors sollten dann 10 - 15 positive Beugungsordnungen dargestellt werden.

Mit Hilfe eines Zeilenselektors ZS können wir nun eine bestimmte Zeile m aus dem Videosignal auswählen. Neben dem Monitor betrachten wir das Signal der Kamera auch auf einem Digital-Oszilloskop. Der Zeilenselektor erzeugt für jedes ausgelesene Kamerabild m ein Triggersignal TS , auf welches am Oszilloskop extern getriggert wird. Wir selektieren nun diejenige Zeile m , auf der das Zentrum des Beugungsbildes liegt, sprich, bei dem das Beugungsbild am besten zu erkennen ist. In unserem Fall handelte es sich um die 127. Zeile. Wir betrachten nun für diese Zeile das zeitliche Signal auf dem Oszilloskopschirm mit möglichst großer Auflösung. Mit Hilfe der Zeit-Cursor vermessen wir nun möglichst viele Beugungsmaxima- und minima. Falls wir ab einem bestimmten Punkt das Signal nicht mehr sauber vermessen können, verändern wir die Einstellungen am Graufilterrad und/oder Polarisationsfilter. Da die 0.-Beugungsordnung in allen Fällen übersteuert ist, bestimmen wir diese durch Mittelwertbildung der -1.- und +1.- Beugungsordnung.

Nun werden die Zeitwerte in Entfernungen umgerechnet. Wir wissen, dass eine dargestellte Bildinformation einer Zeile von $52 \mu\text{s}$ eine Länge von $4,76 \pm 0,02$ mm auf dem Target der CCD-Kamera entspricht. Mit dieser Information können wir nun alle gemessenen Zeiten in Längen

umrechnen und zwar mit folgender Gleichung:

$$u = \frac{u_0}{t_0} \cdot t; \quad u_0 = 4,76 \text{ mm} \quad t_0 = 52 \mu\text{s}$$

Zur Fehlerbestimmung der Länge u können wir folgende Gleichung verwenden:

$$\Delta u = \frac{t}{t_0} \cdot \Delta u_0 + \frac{u_0 \cdot t}{t_0^2} \cdot \Delta t_0 + \frac{u_0}{t_0} \cdot \Delta t$$

Für den Fehler von u_0 setzen wir den bekannten Wert von 0,02 mm ein. Für den Fehler bei der Bestimmung der Zeiten t_0 und t wählen wir $0,2 \mu\text{s}$, da sich die Zeit-Cursor des Oszilloskops in Intervallen zu je $0,2 \mu\text{s}$ bewegen lassen. Mit Hilfe der Längen u und der Brennweite der Linse f können wir nun den Winkel θ bestimmen, welcher zwischen der optischen Achse und der Verbindungslinie zwischen dem Zentrum des Spaltes und dem jeweiligen Maximum/Minimum liegt. Dazu verwenden wir die folgende Gleichung:

$$u \approx f \cdot \theta \Leftrightarrow \theta \approx \frac{u}{f}$$

Für den Fehler des Winkels θ nehmen wir an:

$$\Delta \theta = \frac{1}{f} \cdot \Delta u + \frac{u}{f^2} \cdot \Delta f$$

Für den Fehler der Brennweite f wählen wir den schon bekannten Wert von 2 mm. Den Fehler von u berechnen wir für jedes Maximum/Minimum neu. Nun können wir unsere Messwerte, die jeweiligen Winkel θ und die berechneten Fehler tabellarisch darstellen (**Anmerkung:** Aufgrund eines nicht mehr reproduzierbaren Messfehlers fehlen uns einige Beugungsordnungen. Die nachfolgenden Beugungsordnungen sind so gewählt, dass bei den anschließenden Berechnungen möglichst passende Werte herauskommen):

Ordnung	Min./Max.	t/μs	u/mm	θ / °
2	Min.	8,0	0,732 ± 0,024	0,0061 ± 0,0003
	Max. ¹	12,7	1,163 ± 0,028	0,0097 ± 0,0003
4	Min.	17,4	1,593 ± 0,031	0,0132 ± 0,0004
	Max.	19,4	1,776 ± 0,033	0,0148 ± 0,0004
5	Min.	22,0	2,014 ± 0,035	0,0168 ± 0,0004
	Max.	24,4	2,234 ± 0,036	0,0186 ± 0,0005
7	Min.	26,6	2,435 ± 0,038	0,0203 ± 0,0005
	Max.	29,8	2,728 ± 0,040	0,0227 ± 0,0005
8	Min.	32,0	2,930 ± 0,042	0,0244 ± 0,0006
	Max.	34,8	3,186 ± 0,044	0,0265 ± 0,0006
9	Min.	36,9	3,378 ± 0,045	0,0281 ± 0,0006
	Max.	39,4	3,607 ± 0,047	0,0300 ± 0,0007
10	Min.	41,6	3,808 ± 0,049	0,0317 ± 0,0007
	Max.	44,0	4,028 ± 0,051	0,0336 ± 0,0007
11	Min.	46,4	4,247 ± 0,052	0,0354 ± 0,0008
	Max.	49,0	4,485 ± 0,054	0,0374 ± 0,0008
12	Min.	51,2	4,687 ± 0,056	0,0391 ± 0,0008
	Max.	54,0	4,943 ± 0,058	0,0412 ± 0,0009

Tab. 2: Gemessene Zeiten t sowie die daraus berechneten Längen u und Winkel θ

Nun können wir aus den berechneten Werten die Spaltbreite D für jedes Minimum/Maximum bestimmen und anschließend den Mittelwert daraus bilden. Dazu benutzen wir die folgenden Gleichungen²:

- Minima: $\theta = \frac{n \cdot \lambda}{D} \Leftrightarrow D = \frac{n \cdot \lambda}{\theta}$

- Maxima: $\frac{k D}{2} \cdot \theta = \frac{k D}{2} \sin \theta_{\max, n} \Leftrightarrow \theta = \sin \theta_{\max, n}$

In Gleichung (18) in [1] sind Werte für $\sin \theta_{\max, n}$ angegeben. Sei s_n der jeweilige Zahlenwert aus dem Skript. Dann gilt:

1 Wert wurde aus Mittelwert des vorherigen und anschließenden Minimums berechnet

2 Wegen der Kleinwinkelnäherung gilt: $\sin \theta = \tan \theta = \theta$

$$\theta = s_n \cdot \frac{2}{kD} \Leftrightarrow D = \frac{2 \cdot s_n}{\theta k} = \frac{2 s_n}{\theta \frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{s_n \lambda}{\theta \pi}$$

Für die Fehler der Spaltbreite D ergibt sich dann (die Werte für n , λ und s_n seien nicht fehlerbehaftet):

- Minima: $\frac{n \cdot \lambda}{\theta^2} \cdot \Delta \theta$
- Maxima: $\frac{s_n \lambda}{\theta^2 \pi} \cdot \Delta \theta$

Nun können wir die Spaltbreiten bestimmen:

Ordnung	Min./Max.	t/ μ s	D/mm
2	Min.	8,0	0,207 \pm 0,009
	Max.	12,7	0,161 \pm 0,005
4	Min.	17,4	0,191 \pm 0,006
	Max.	19,4	0,191 \pm 0,005
5	Min.	22,0	0,189 \pm 0,005
	Max.	24,4	0,186 \pm 0,005
7	Min.	26,6	0,218 \pm 0,005
	Max.	29,8	0,208 \pm 0,005
8	Min.	32,0	0,207 \pm 0,005
	Max.	34,8	0,202 \pm 0,004
9	Min.	36,9	0,202 \pm 0,005
	Max.	39,4	0,200 \pm 0,004
10	Min.	41,6	0,199 \pm 0,004
	Max.	44,0	0,198 \pm 0,004
11	Min.	46,4	0,197 \pm 0,004
	Max.	49,0	0,195 \pm 0,004
12	Min.	51,2	0,194 \pm 0,004
	Max.	54,0	- ³

Tab. 3: Ermittelte Spaltbreiten D für die einzelnen Minima und Maxima

3 Für $n = 12$ gibt es keinen Wert für s_n mehr im Script

Nun können wir aus unseren berechneten Werten für die einzelnen Minima und Maxima den Mittelwert bilden und somit die Spaltbreite D für unsere Versuchsreihe bestimmen. Wir erhalten dann ein Ergebnis von $0,197 \pm 0,012$ mm.

3.2. Bestimmung der Brennweite einer Fresnelschen Zonenplatte

Für diesen Versuchsteil verwenden wir den selben optischen Aufbau wie oben, entfernen aber den Spalt und die Linse. Dafür montieren wir eine Fresnelsche Zonenplatte mittig zur optischen Achse. Hinter der Zonenplatte, an den äußeren Rand des Versuchsaufbaus platzieren wir unsere CCD-Kamera, deren Signal auf dem Monitor dargestellt wird. Das Oszilloskop wird für die Auswertung nicht mehr benötigt. Wir schieben nun die Fresnelsche Zonenplatte beginnend bei einem Abstand von circa 70 cm auf die CCD-Kamera zu. Wir beobachten dabei das Bild auf dem Monitor. Sobald wir ein Intensitätsmaximum erreicht haben, messen wir den jeweiligen Abstand von der Zonenplatte zur Kamera aus. Zu unseren gemessenen Werte addieren wir die Apparatekonstante „Abstand CCD-Target / Gehäusevorderkante“ von 13 ± 1 mm sowie den Abstand „Objektivvorderkante / Gehäusevorderkante“ von 50 ± 1 mm.

Nun wird zunächst das erste Intensitätsmaximum, also das Hauptmaximum gesucht. Der Abstand, der beim Hauptmaximum zwischen Zonenplatte und CCD-Target vorliegt entspricht der Hauptbrennweite f der Fresnelschen Zonenplatte. Bei unserer Zonenplatte war es leider nicht möglich, dieses Maximum zu bestimmen. Vermutlich lag dieses bei einem Abstand von mehr als 70 cm und war somit nicht mehr mit dem verwendeten Aufbau zu ermitteln.

In selber Weise verfahren wir nun für die Nebenmaxima. Hier entspricht wiederum der gemessene Abstand der jeweiligen Nebenbrennweite f_i . Dabei haben wir folgende Werte ermittelt:

Nebenmax.	f_i / cm / $\pm 0,05$ cm
1.	37
2.	21,65
3.	15,35
4.	11,75
5.	9,35
6.	7,7

Tab. 4: Entfernungen für verschiedene Nebenmaxima f_i

Nun vermessen wir die Radien R_1 und R_5 mit Hilfe eines Mikroskops. Dabei haben wir unter Verwendung der Längenskala am Verschiebetisch des Mikroskops die Werte $R_1 = 0,525 \text{ mm}$ und $R_5 = 1,554 \text{ mm}$ ermittelt. Für diese beiden Radien berechnen wir nun mit folgender Formel exemplarisch die Brennweite f der Fresnelschen Zonenplatte:

$$f = \frac{R_m^2}{m \cdot \lambda}$$

Dann ergibt sich für die vermessenen Radien:

$$f_1 = \frac{(0,525 \text{ mm})^2}{1 \cdot 0,0006328 \text{ mm}} = 435,6 \text{ mm} \quad f_5 = \frac{(1,554 \text{ mm})^2}{5 \cdot 0,0006328 \text{ mm}} = 767,18 \text{ mm}$$

Die beiden Ergebnisse für die Hauptbrennweite liegen sehr weit auseinander. Dies kann nur auf Messungenauigkeiten oder technische Fehler in der Versuchapparatur zurückzuführen sein. Wir nehmen f_5 als korrekten Näherungswert für die Brennweite an, da dieser Wert erklären würde, warum wir das Hauptmaximum nicht mit unserem Versuchsaufbau bestimmen konnten.

Um eine Gesetzmäßigkeit zwischender Hauptbrennweite f und den Entfernungen der Nebenmaxima f_i zu finden, tragen wir die Entfernungen über der Nummer i des Maximums auf. Dabei erhalten wir folgenden Graphen:

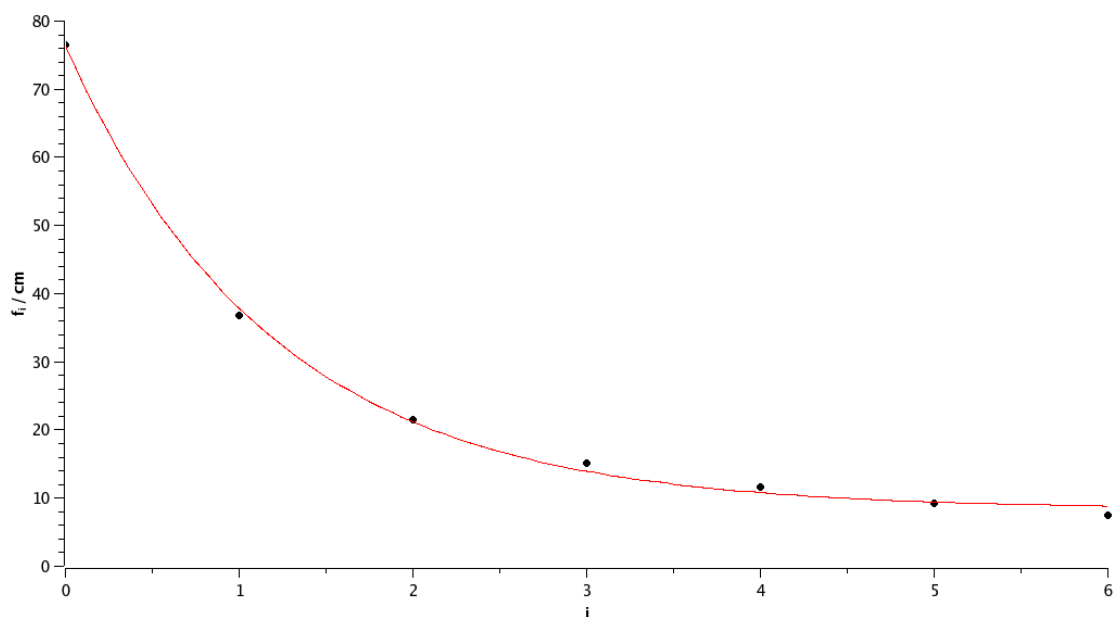


Abb. 9: Verschiedene Entfernungen f_i für Hauptbrennweite und Nebenmaxima

Wir erkennen, dass es sich um eine Exponentialfunktion handelt. Dieser exponentielle Abfall ist vergleichbar mit den Spannungsamplituden, die bei der Fourieranalyse eines Rechtecksignals auftreten. Im Protokoll zum Versuch „Fourieranalyse“ haben wir zur Berechnung der erwarteten Spannungen folgende Formeln gefunden:

$$U_1 = 1 \cdot \frac{4U_0}{\pi}; U_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{4U_0}{\pi}; U_3 = \frac{1}{5} \cdot \frac{4U_0}{\pi}; U_4 = \frac{1}{7} \cdot \frac{4U_0}{\pi}; \dots$$

Wir können die einzelnen Spannungen als Summanden einer unendlichen Reihe auffassen, die gegen den tatsächlichen Spannungswert konvergiert. Die Exponentialfunktion lässt sich ebenfalls als unendliche Reihe darstellen, und zwar von der Form:

$$\exp(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$$

Wir erkennen also in sofern eine Parallele zwischen der Fresnellschen Zonenplatte und der Fourieranalyse eines Rechtecksignals, dass man in beiden Fällen zur Interpretation die Exponentialfunktion heranziehen kann, was sich durch die Reihenentwicklung begründen lässt.

4. Anhang

4.1. Literatur

- [1] Skript zum Anfängerpraktikum Physik I, CvO Universität Oldenburg, Institut für Physik, Oktober 2005
- [2] dtv-Atlas Physik, Band 1, Deutscher Taschenbuch Verlag, 7. Auflage, August 2004
- [3] <http://de.wikipedia.org/wiki/Fresnel-Zonenplatte>

4.2. Abbildungsnachweis

- **Abb. 1:**
http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Beugung_und_Interferenz.pdf
- **Abb. 2:**
http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Beugung_und_Interferenz.pdf
- **Abb. 3:**
http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Beugung_und_Interferenz.pdf
- **Abb. 4:**
http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Beugung_und_Interferenz.pdf
- **Abb. 5:**
http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Beugung_und_Interferenz.pdf
- **Abb. 7:**
http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Beugung_und_Interferenz.pdf
- **Abb. 8:**
http://www.physik.uni-oldenburg.de/Docs/praktika/APR/pdf/Beugung_und_Interferenz.pdf